

Ундоровский общеобразовательный лицей

Решение задач

В1- В12 в формате ЕГЭ

(Практические рекомендации)

Учитель Борисова М.П.

2011 – 2012 год



Общие рекомендации

- **Очень внимательно читайте задание.** Это избавит от большинства глупых ошибок.
- Еще раз, ещё внимательнее прочитайте задание. Это избавит от большинства оставшихся глупых ошибок.
- Помните, что в ответе должно получиться целое число или конечная десятичная дробь. **Если в результате вычислений получилось что-то, что нельзя записать в виде конечной дроби** (3, 7, 11 или что-то в этом роде в знаменателе, или несократимое выражение с квадратными корнями или числом π), **то вы ошиблись.**
- Если в ответе получилось не целое число, но представимое в виде конечной десятичной дроби (например, одна четверть), то приведите её к этому виду ($1/4 = 0.25$), **но её ни в коем случае не надо сокращать до целых.**
- От вас не требуется приводить полное решение. Поэтому **угадывание ответа — тоже метод**, не хуже любого другого. Проверить правильность угаданного ответа часто гораздо проще, чем решить задание.
- **Проверяйте ваши решения каждого задания как минимум по одному, а лучше два раза.** Один раз — сразу после получения ответа, второй — в конце экзамена (оставьте для проверки как минимум полчаса).
- Проверьте ещё разок. **Самые глупые ошибки обычно самые незаметные.**
- Удачно пронесённый на экзамен калькулятор существенно сокращает время выполнения заданий и снижает вероятность ошибки в вычислениях. Тем более — особо навороченный, который умеет строить графики и решать уравнения.



Практические рекомендации: задание В1

Самое первое задание ЕГЭ по математике - **текстовая задача** базового уровня сложности. Обычно нужно определить количество штук чего-нибудь. Реже — рублей, километров или чего-нибудь в этом роде. *Цветов, ручек, тетрадок и автобусов **не может** получиться три с половиной.*

Львиная доля ошибок:

- тупо забыть на что-то умножить или поделить;
- перепутать повышение на сколько-то процентов с понижением;
- округлить не в ту сторону (Если нужно определить количество чего-то, которое можно купить на заданную сумму, то округлять надо **вниз**. Если количество автобусов или пачек сахара, которого хватит на столько-то человек, то **вверх**)

Практические рекомендации:

В процессе решения задания В1 Вы должны использовать навыки арифметических действий, уметь делить с остатком и на десятичную дробь, а также иметь представления о процентах.

Итак, по порядку:

1. Ряд задач (с сырками, цветами, пачками бумаг, подъездами, автобусами и т.д.) требуют Ваших умений делить с остатком.

Но т.к. количество сырков, цветов, пачек бумаг, подъездов, автобусов и т.д. не могут быть не целыми значениями, то Ваш ответ придется округлять до целого значения. А вот округлять, в зависимости от задачи, надо будет либо вверх, либо вниз. И именно в этот момент очень многие учащиеся совершают ошибку, вроде бы на первый взгляд в элементарной задаче.

Округлять вверх надо в тех случаях, когда требуется рассчитать количество чего-либо, которого хватит на сколько-то человек:

Например:

№ 79245 Каждый день во время конференции расходуется 80 пакетиков чая. Конференция длится 8 дней. Чай продается в пачках по 100 пакетиков. Сколько пачек надо купить на все дни конференции?

Решение:

- 1) $80 \times 8 = 640$ пакетиков чая понадобится на все 8 дней конференции
- 2) $640 / 100 = 6,4$ пачки чая на 8 дней конференции
- 3) $6,4 \approx 7$ пачек чая надо купить

Вывод: округление производили вверх, т.к. 6,4 пачки чая в продаже быть не может, а 6 пачек не достаточно, т.к. там всего 600 пакетиков, а их не хватит на 8 дней конференции.

Округлять вниз надо в тех случаях, когда требуется найти количество предметов, купленных на заданную сумму:

Округлять вниз надо в тех случаях, когда требуется найти количество предметов, купленных на заданную сумму:

Например:

№ 82203 В доме, в котором живет Коля один подъезд. На каждом этаже находится по 12 квартир. Костя живет в квартире №95. На каком этаже живет Костя?

Решение:

1) $95/12=7,91(6)$ этаж, на котором живет Костя, но он не может быть не целым числом, поэтому:

2) $7,91(6)\approx 7$ этаж, на котором живет Костя.

Вывод: округление производили вниз, т.к. 7,9 этаж не существует. он должен быть либо 7, либо 8: до 8 этажа 7,9 не дотягивает, поэтому округляем вниз.

Ряд задач требуют умений работать с процентами.

На мой взгляд, это наиболее проблематичный пункт. Ошибок масса.

Увеличение суммы на определенный процент:

Задачи практически в одно действие, но надо знать в какое действие. Все зависит от того, что надо найти, сумму этого процента или новую сумму с учетом суммы этого процента. Объясню в чем разница: Предположим Вы положили в банк 1000 руб под 10% годовых. Ровно через год банк Вам добавляет 100 рублей к Вашей 1000 рублей и теперь на Вашем счете уже 1100 рублей. Так вот, 100 рублей - это сумма процента, а 1100 рублей - это новая сумма с учетом процента.

Если Вам надо рассчитать сумму процента, то исходную сумму надо домножить на 0,(процент с двумя знаками после запятой), а если рассчитать новую сумму с учетом процента, то домножаем на 1,(процент с двумя знаками после запятой).

В нашем случае $1000\times 0,10=100$ рублей (сумму этого процента) или $1000\times 1,10=1100$ рублей (новую сумму с учетом суммы этого процента).

При условии процентной ставки в 20 %:

$1000\times 0,20=200$ рублей (сумма этого процента) или $1000\times 1,20=1200$ рублей (новая сумма с учетом суммы этого процента).

При условии процентной ставки в 1%:

В нашем случае $1000\times 0,01=10$ рублей (сумма этого процента) или $1000\times 1,01=1010$ рублей (новая сумма с учетом суммы этого процента).

Задачи на нахождение суммы данного процента в ЕГЭ сводятся к двум типам:

1.Нахождение количества чего-либо, что составляет какой -либо процент от целого:

№ 81193 Только 62% из 25000 выпускников города правильно решили задачу B11. Сколько человек правильно решили задачу B11?

Решение:

$25000 \times 0,62 = 15500$ учеников правильно решили задачу.

2. Нахождение количества чего-либо в целом, если известно, что какой то процент от этого целого равен какому-нибудь числу. В этом случае надо будет не умножать а делить на эту долю:

№ 79529 В школе 95 учеников изучало французский язык, что составляет 38% от числа всех учеников. Сколько учеников учится в школе?

Решение:

1) $95 / 0,38 = 9500 / 38 = 250$ учеников в школе всего.

Уменьшение суммы на определенные проценты:

В этом случае, сумму надо будет умножать на (1 - ваш процент в долях). Т.е. предположим, сумму 1000 рублей надо уменьшить на 10%, значит $1000 \times 0,9 = 900$ рублей - новая сумма. Почему на 0,9? - т.к. $1 - 0,1 = 0,9$, где 0,1 - это ваш процент в долях.

Если сумму надо уменьшить на 5%, то $1000 \times 0,95 = 950$, т.к. $1 - 0,05 = 0,95$

Если сумму надо уменьшить на 25%, то $1000 \times 0,75 = 750$, т.к. $1 - 0,25 = 0,75$

Например:

№20829 Флакон шампуня стоит 130 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 900 рублей во время распродажи. Когда скидка составляет 15%?

Решение:

1) $1 - 0,15 = 0,85$

2) $130 \times 0,85 = 110,5$ рублей стоит флакон шампуня с учетом скидки 15%

3) $900 / 110,5 = 9000 / 1105 = 8 \frac{1}{7}$

4) $8 \frac{1}{7} \approx 8$ (округляем вниз)

№ 2619 Футболка стоила 1200 рублей. После снижения цены она стала стоить 972 рубля. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

Решение:

1) $1200 - 972 = 228$ рублей - стоимость на которую была снижена цена

2) $228/1200 = 0,19$, следовательно цена была снижена на 19 %



Практические рекомендации: задание В2

Задание В2 ЕГЭ по математике базового уровня на умение читать **графики** и диаграммы. Самые простые задания — определить что-нибудь по графику.

Но ошибок куча:

указать вместо значения на горизонтальной оси значение по вертикальной и наоборот;

указать значение по всему графику, когда в задании сказано «с такого-то по такое-то число»;

неверно определить масштаб (самый популярный ответ — «3», а правильный — «7», потому что на горизонтальной оси числа идут через одно)

Во-первых, давайте определимся, что ось абсцисс - это горизонтальная ось X , а ось ординат - вертикальная ось Y .

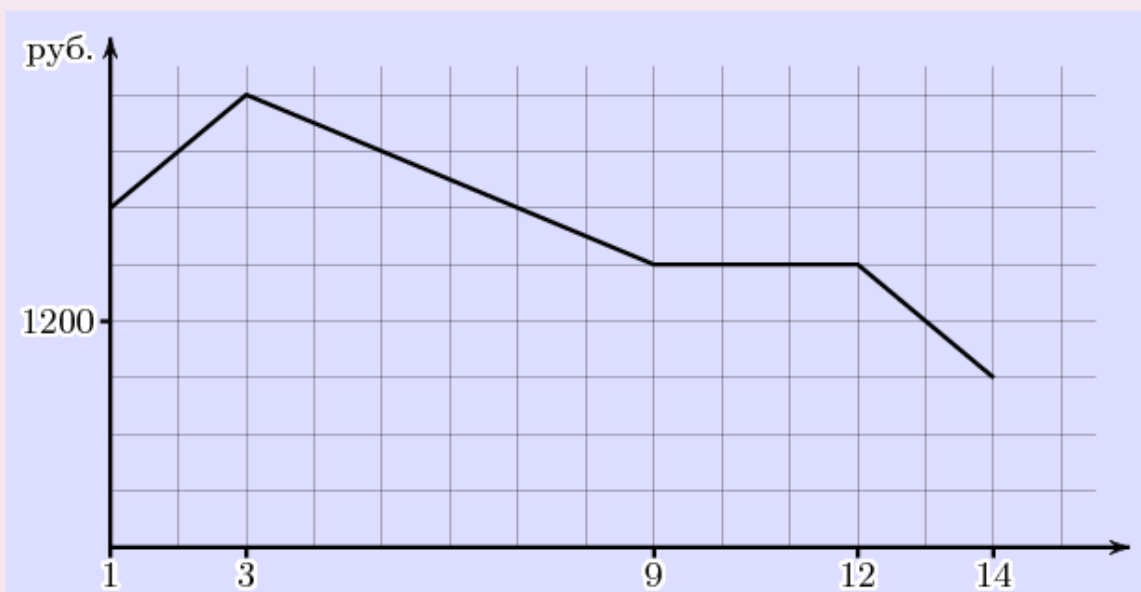
Во-вторых, при чтении задания будьте внимательны и четко определитесь, что откладывается на ось X , а что на ось ординат.

В-третьих, выберите из условия, по какой оси будете смотреть ответ.

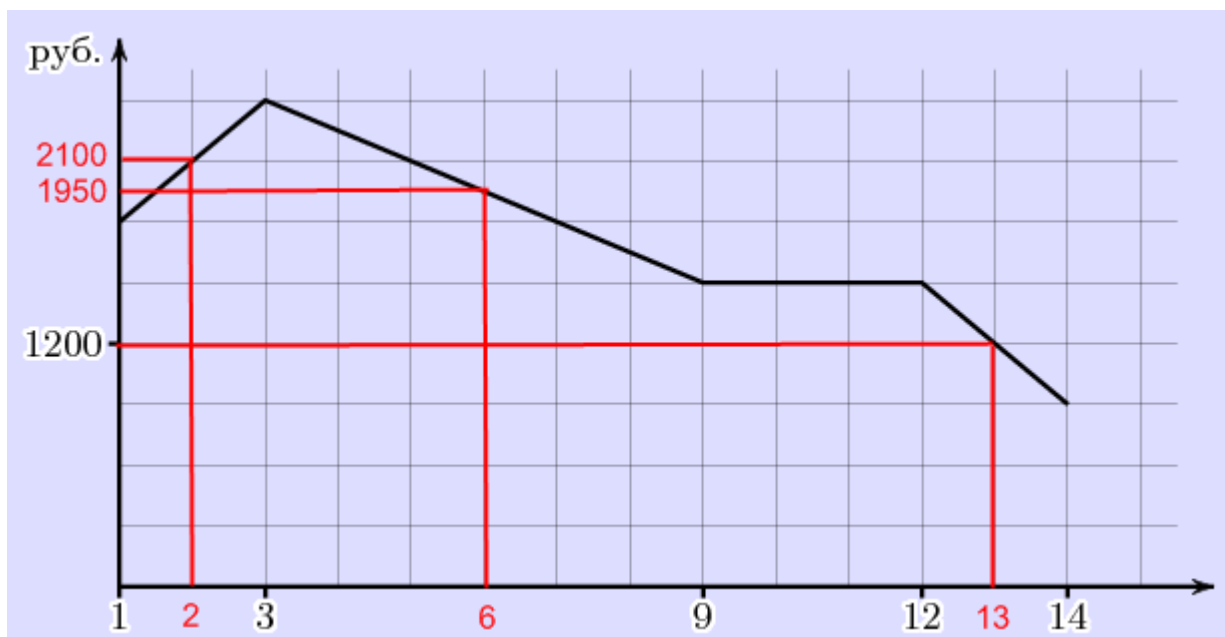
Например, ось X - это время в часах, а ось Y - это количество осадков в миллиметрах. Если в условии надо найти в какое время выпало максимальное или минимальное или еще какое-нибудь количество осадков, то ответ будем смотреть на оси X , т.е. там где откладывается время. Если в условии сказано, что найти надо количество осадков в какой либо период времени, то ответ ищем на оси количества осадков, т.е. на оси Y .

Разберем наиболее сложные из этих так сказать простых задач:

№2043 На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?



Решение: Для начала определимся с осями и масштабом **графика**. Ось X - это временная шкала, одна клетка - один день ноября, ось Y - денежная шкала, одна клетка - 300 руб., т. к. на 4 клетки приходится 1200 рублей, значит $1200/4=300$ рублей.



2 ноября бизнесмен купил 10 акций по цене 2100 за акцию, значит он заплатил 21000. 6 ноября он продал 6 акций по цене 1950, и получил за это $6 \cdot 1950 = 11700$, затем 13 ноября продал еще 4 акции

по цене 1200 руб. и получил за это $4 \cdot 1200 = 4800$. В итоге остался в минусе: $21000 - 11700 - 4800 = 4500$. Ответ: 4500.



Практические рекомендации: задание В3

Суть задания В6 напоминает некую забаву из начальных классов школы, и сводится к нахождению площади нарисованной фигуры.

Как ни странно, но даже в этом задании существуют несколько способов решения. В том числе – сложные и неудобные. Мы их, естественно, рассматривать не будем, а сразу перейдем к одному простому и универсальному способу. Простым я его называю потому, что вам не потребуется знание формул площадей различных геометрических фигур (кроме площади прямоугольника – что не так уж много). С помощью этого способа легко можно найти площадь абсолютно любой фигуры, предлагаемой на ЕГЭ.

Рассмотрим несколько способов решения таких задач.

№ 515**1 способ**

« Считаем по клеткам »

1. Посчитаем количество полных клеток внутри данного треугольника.

2. Дополним неполные клетки друг другом до полных клеток.

3. Сложим полученные количества полных клеток:

10 + 5 = 15

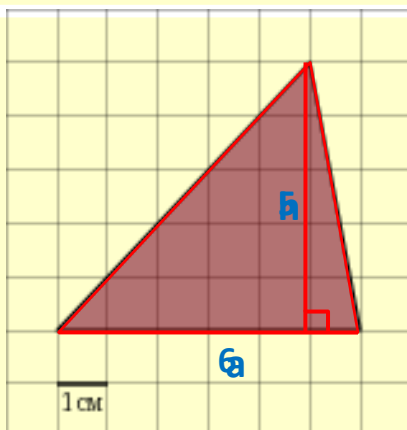
Ответ: 15

Назад

№ 515

2 способ

«Формула площади фигуры»



Площадь искомого треугольника найдем по формуле:

$$S_{\text{тр}} = (a \cdot h) / 2,$$

где a – основание треугольника,
 h – высота, проведенная к этому основанию.

$$a=6, h=5$$

Получаем

$$S_{\text{тр}} = (6 \cdot 5) / 2 = 15$$

Ответ: 15

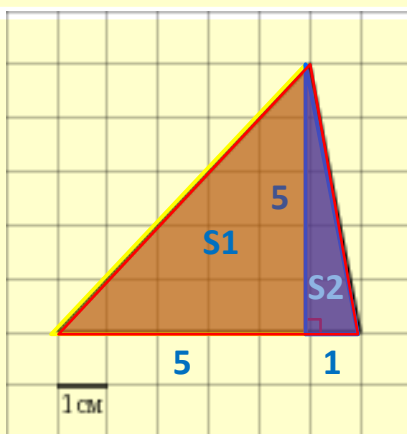


Назад

№ 515

3 способ

«Сложение площадей фигур»



1Разобьем данный треугольник на два прямоугольных треугольника, для этого проведем высоту.

2Найдем площадь прямоугольного треугольника S_1 :

$$S_1 = (5 \cdot 5) / 2 = 12,5$$

3Найдем площадь прямоугольного треугольника S_2

$$S_2 = (5 \cdot 1) / 2 = 2,5$$

4Площадь искомого треугольника найдем по формуле:

$$S_{\text{тр}} = S_1 + S_2$$

$$S_{\text{тр}} = 12,5 + 2,5 = 15$$

Ответ: 15

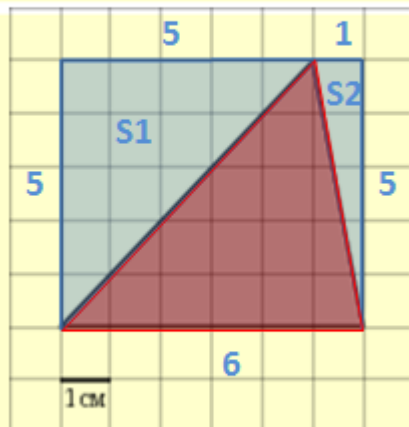


Назад

№ 5115

4 способ

«Вычитание площадей фигур»



1. Достроим до прямоугольника со сторонами 5 и 6.
2. Найдем площадь прямоугольника:
 $S_{\text{пр}} = 5 \times 6 = 30$
3. Найдем площадь прямоугольного треугольника S_1 :
 $S_1 = (5 \times 5) / 2 = 12,5$
4. Найдем площадь прямоугольного треугольника S_2 :
 $S_2 = (5 \times 1) / 2 = 2,5$
5. Площадь искомого треугольника найдем по формуле:
 $S_{\text{тр}} = S_{\text{пр}} - (S_1 + S_2)$
 $S_{\text{тр}} = 30 - (12,5 + 2,5) = 15$

Ответ: 15

[Назад](#)

Формула Пика

Для любого простого многоугольника P на целочисленной решетке имеет место формула

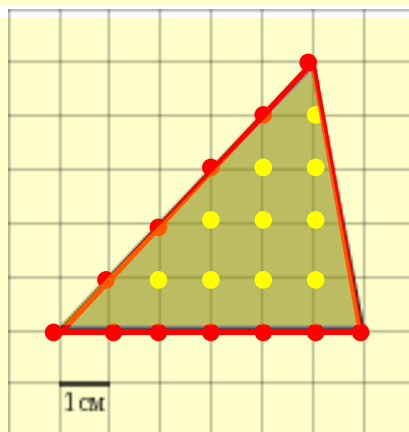
$$P = N_i + N_e / 2 - 1$$

Где N_i - число узлов решетки, расположенных строго внутри многоугольника, а N_e - число узлов решетки, расположенных на его границе

№ 515

5 способ

«Формула Пика»



Площадь искомого треугольника найдем по формуле Пика:

$$S = \frac{\Gamma}{2} + B - 1$$

где Γ – количество узлов на границе треугольника (на сторонах и вершинах),

B – количество узлов внутри треугольника.

$$\Gamma = 12$$

$$B = 10$$

$$\text{Получаем } S = \frac{12}{2} + 10 - 1 = 15$$

Ответ: 15

Назад

Еще одно геометрическое задание базового уровня сложности. В ЕГЭ по математике могут встретиться не только задания на нахождение площади фигур, но также и типичные задания темы векторов и окружностей.

Разберем ряд задач на тему **окружность**:

№ 59485 Какого радиуса должна быть окружность с центром в точке $P(3, -4)$ чтобы она касалась оси абсцисс?

Решение: ось абсцисс - это ось x , значит до этой оси от точки P расстояние равно 3 (это видно из координат точки P в условии задачи), следовательно: ответ равен 3.

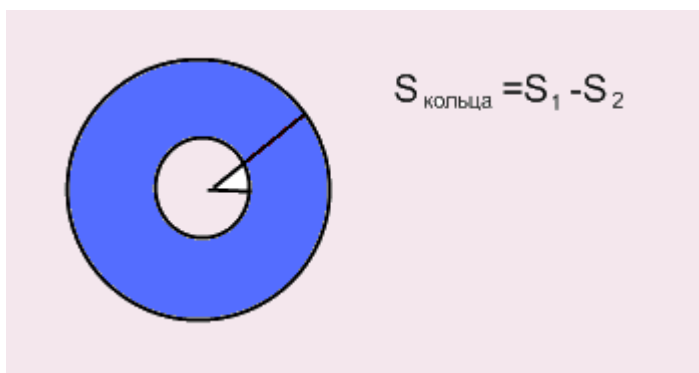
№ 56945 Площадь треугольника равна 45, а его периметр 30. Найдите радиус вписанной окружности.

Решение:

Радиус вписанной в выпуклый многоугольник окружности равен отношению площади многоугольника к его полупериметру. Периметр равен 30, значит полупериметр равен 15, следовательно радиус вписанной окружности равен: $r = 45/15 = 3$

№ 57549 Найдите площадь кольца, ограниченного concentрическими окружностями, радиусы которых равны $\frac{36}{\sqrt{\pi}}$ и $\frac{32}{\sqrt{\pi}}$.

Решение: Площадь кольца найдем по формуле:



где S_1 - это площадь большой окружности, а S_2 - площадь маленькой:

$$S = \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = \pi \left(\frac{36}{\sqrt{\pi}} \right)^2 - \pi \left(\frac{32}{\sqrt{\pi}} \right)^2 =$$

$$= 36^2 - 32^2 = 272$$

Разберем задачу на тему «**Вектор**»:

№ 61121 Вектор $\overrightarrow{AB}$ с концом в точке $B(10, -1)$ имеет координаты $(8, -7)$.
Найдите абсциссу точки А.

Решение: Абсцисса (т.е. координата по оси X) вектора АВ есть разность абсцисс точек В и А. Следовательно, чтобы получить абсциссу вектора АВ, равную по условию задачи 8, надо из абсциссы точки В, которая равна 10 отнять абсциссу точки А. Значит абсцисса точки А равна 2.



Практические рекомендации: задние В4

Задания В5, которые представлены длинными многословными задачами, сначала производят невеселое впечатление — они кажутся сложными.

На самом деле они просто громоздкие и длинные в решении. Кроме того, они требуют внимания в вычислениях.

Однако решаются они довольно просто, если к ним правильно подойти.

А этот правильный подход, в свою очередь, сам по себе довольно прост.

А именно: сначала всю информацию из условия нужно перенести на простой рисунок (схему) для хорошего обзора. И уже затем, имея перед собой «отжатую» информацию, проделать вычисления по всем предлагаемым в условии вариантам выбора. Если же рисунок уже имеется, то необходимые пометки можно делать прямо на нем.

Распространенный и такой понятный (лень и отсутствие привычки) соблазн не делать никаких рисунков вообще, а заняться сразу вычислениями, да еще и в уме, часто приводит к закономерному результату: ответ получается «хороший, но неправильный» 😊!

Подход, который мне кажется полезным и вполне работающим, показан в ряде типичных примеров.

Необходимо выбрать из двух-трех предложенных вариантов самый дешевый (или быстрый). Это простая задача на сложение и умножение, главное — внимательно читать условие, ничего не забыть и не ошибиться в вычислениях.

Ошибки:

- посчитать только один вариант и забыть на все прочие (?!);
- неправильно перевести минуты в часы (для задач, где нужно куда-нибудь добраться на разных видах транспорта);
- забыть про дополнительные условия (после такой-то суммы доставка бесплатно и т.д.)

10. Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяженностью 500 км. В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешевый вариант?

Цена дизельного топлива — 19 рублей за литр, бензина — 22 рублей за литр, газа — 14 рублей за литр.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л. на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	7	3700
Б	Бензин	10	3200
В	Газ	14	3200

Очевидно, надо посчитать расход топлива для каждого автомобиля и прибавить стоимость аренды.

Для автомобиля А получим: $7 \cdot 5 \cdot 19 + 3700 = 4365$ рублей,

Для автомобиля Б: $10 \cdot 5 \cdot 22 + 3200 = 4300$ рублей,

и для автомобиля В: $14 \cdot 5 \cdot 14 + 3200 = 4180$ рублей.

Ответ: 4180.

11. В таблице даны условия банковского вклада в трех различных банках. Предполагается, что клиент кладет на счет 30000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в конце года (в рублях).

Банк	Обслуживание счета*	Процентная ставка ($\frac{\%}{100}$ годовых)**
А	40 руб./год	2,1
Б	5 руб./месяц	2,4
В	Бесплатно	1

*В начале года или месяца со счета снимается указанная сумма в уплату за ведение счета.

**В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

Обратите внимание, что плата за обслуживание счета взимается в начале месяца или года — то есть прежде, чем начисляются проценты.

Для банка А получаем:
 $30000 - 40 = 29960$

$$29960 + \left(\frac{2,4}{100} \cdot 29960 \right) = 30658,56$$

$$29960 + \left(\frac{2,1}{100} \cdot 29960 \right) = 30589,16$$

Для банка В:

$$30000 + \left(\frac{1}{100} \cdot 30000 \right) = 30300 \text{ рублей,}$$

Ответ: 30658,56.



Практические рекомендации: задние В5 (часть 1)

Задание В3 ЕГЭ по математике базового уровня на умение решать уравнения. Чаще всего здесь предлагают уравнения: **показательные уравнения, логарифмические уравнения и тригонометрические уравнения**. В ответе всегда должно получаться число, которое можно записать в виде **конечной десятичной дроби**. Если в ответе получается $\frac{2}{3}$ или $\frac{\pi}{2}$, то это точно неправильно. Самые большие проблемы у народа с тригонометрическими уравнениями. Тренируйтесь больше.

Ошибки:

- понять, как решается, обрадоваться и пропустить какое-нибудь действие (например, решая уравнение $\log_2(x-5) = 6$, написать в ответе **64**, тупо забыв, что нужно найти x);
- решив квадратное или тригонометрическое уравнение, указать не тот корень (если уравнение имеет более одного корня, в задании всегда написано, какой именно указывать);

Начнем с **показательных уравнений**.

Во-первых, давайте определимся:

1. если мы возводим в положительную степень:

- целое число, то в результате получим целое число
- дробное число, то в результате получим дробное число

2. если мы возводим в отрицательную степень:

- целое число, то в результате получим дробное число
- дробное число, то в результате получим целое число:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8 \quad 2^3 = 8 \quad 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

Во-вторых, надо знать таблицу степеней или хотя бы уметь ей пользоваться:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7	1	7	49	343	2401	16807	117649				
8	1	8	64	512	4096	32768					
9	1	9	81	729	6561						
10	1	10	100	1000							

В- третьих, при решении **показательных уравнений**, Ваша задача добиться того, чтобы основания левой и правой части стали одинаковы:

$$3^x = 81$$

$$\boxed{3}^x = \boxed{3}^4 \quad \text{основания одинаковы и равны 3}$$

$$\boxed{x = 4}$$

Рассмотрим пример из единой базы ЕГЭ:

№ 2777

$$5^{x-7} = \frac{1}{125}$$

$$5^{x-7} = 5^{-3}$$

$$x - 7 = -3 \Rightarrow x = -3 + 7 \Rightarrow x = 4$$

Теперь разберем **логарифмические уравнения**:

Результат логарифма - это число, представляющее из себя степень в которую возводят основание логарифма и получают логарифмическую часть:

$$5^2 = 25$$

$$\log_5 \boxed{25} = 2$$

В нашем случае: результат логарифма - это 2, основание - это 5, а логарифмическая часть -это 25.

Принцип решения логарифмических уравнений такой же как и при решении показательных уравнений: необходимо добиться того, чтобы основания логарифмов в левой и правой частях уравнений были одинаковы. в этом случае можно будет приравнять друг к другу логарифмические части:

№ 2713

$$\log_{11}(9+x) = \log_{11}3$$

основания обоих логарифмов равны 11

$$9+x=3 \Rightarrow x=3-9 \Rightarrow x=-6$$

В случае, если в правой части уравнения стоит число, то Ваша задача привести это число к логарифму. Любое число можно представить через логарифм с нужным для Вас основанием:

$$2 = \log_5 5^2 = \log_5 25$$

$$2 = \log_3 3^2 = \log_3 9$$

В первом случае, мы число 2 представили через логарифм с основанием 5 (т.к. 5 в квадрате это 25, то логарифмическая часть равна 25), а во втором случае число представили через основание 3, т.к. 3 в квадрате это 9, то логарифмическая часть равна 9.

Бывают ситуации, когда основанием является не число, а переменная:

$$2 = \log_x x^2$$

$$3 = \log_{x-2} (x-2)^3$$

В первом случае число два представляем через логарифм с основанием x, а во втором случае число три через основание (x-2).

Давайте рассмотрим примеры, когда в правой части уравнения стоит число:

1. В основании стоит число:

№ 3119

$$\log_3(4-x) = 2$$

$$\log_3(4-x) = \log_3 3^2$$

$$\log_3(4-x) = \log_3 9$$

$$4-x=9 \Rightarrow x=4-9 \Rightarrow x=-5$$

Число 2 представили через логарифм с основанием три, т.к. в левой части стоит логарифм с основанием три, в результате основания логарифмов получились одинаковые, а значит можно приравнять логарифмические части друг к другу, а далее решаем обычное линейное уравнение.

2. В основании стоит переменная:

№ 105887 Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите наименьший:

$$\begin{aligned}\log_{x-6} 9 &= 2 \\ \log_{x-6} 9 &= \log_{x-6} (x-6)^2 \\ 9 &= (x-6)^2 \Rightarrow 3^2 = (x-6)^2 \\ 3 &= x-6 \\ x &= 3+6 \Rightarrow x = 9\end{aligned}$$

Число 2 представили через логарифм с основанием (x-6), т.к. такое основание у логарифма из левой части уравнения. Основания получились одинаковые, поэтому можно приравнять к друг другу логарифмические части, далее 9 надо представить через какое-либо число в степени 2 (почему 2? - в правой части выражение (x-6) возводится в квадрат, поэтому и в левой части надо возводить в квадрат). Этим числом является три, далее решаем линейное уравнение.

При решении логарифмических уравнений в задании В3 встречаются уравнения, где надо использовать некоторые свойства логарифмов. Я расскажу только о двух, встречающихся в этих уравнениях:

1. Число стоящее перед логарифмом можно внести в степень логарифмической части.

$$n \log_a b = \log_a b^n$$

Разберем пример с использованием этого свойства:

№3269

$$\begin{aligned}\log_8 (7-x) &= 2 \log_8 3 \\ \log_8 (7-x) &= \log_8 3^2 \\ \log_8 (7-x) &= \log_8 9 \\ 7-x &= 9 \Rightarrow x = 7-9 \Rightarrow x = -2\end{aligned}$$

2. Сумму двух логарифмов с одинаковыми основаниями можно преобразовать в один логарифм следующим образом:

$$\log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot y$$

Разберем пример на это свойство:

№105203

$$\log_2(2-x) = \log_2(2-3x) + 1$$

$$\log_2(2-x) = \log_2(2-3x) + \log_2 2^1$$

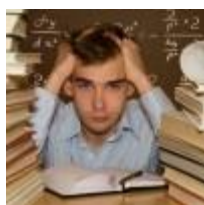
$$\log_2(2-x) = \log_2(2-3x) + \log_2 2$$

основания одинаковые
и равны 2

$$\log_2(2-x) = \log_2(2 \cdot (2-3x))$$

$$\log_2(2-x) = \log_2(4-6x)$$

$$2-x = 4-6x \Rightarrow 6x-x = 4-2 \Rightarrow 5x = 2 \Rightarrow x = 0,4$$



Тригонометрические уравнения задания В3 ЕГЭ по математике, содержат три функции: $\sin x$, $\cos x$ и $\operatorname{tg} x$. Во-первых, надо знать значения тригонометрических функций:

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0

Во-вторых формулы, которые используют при решении **тригонометрических уравнений**:

1. Функция $y=\sin x$.

Функция ограниченная: находится в пределах $[-1;+1]$. Это значит, что при решении уравнений типа $\sin x=5$ или $\sin x=-2$ в ответе получается: нет корней, но в блоке В мы не можем записать такой ответ в бланк, значит уравнения должны давать какой-то конечный ответ.

Формулы

для

функции

$y=\sin x$:

1. $\sin x = m$

$$x = (-1)^n \arcsin m + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2. $\sin x = -m$

$$x = (-1)^{n+1} \arcsin m + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи:

1. $\sin x = -1$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2. $\sin x = 0$

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

3. $\sin x = 1$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решим уравнение и в ответе напишем наибольший отрицательный корень:

№103735

$$\sin \frac{\pi(4x+1)}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{по первой формуле:}$$

$$\frac{\pi(4x+1)}{4} = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

используя таблицу значений:

$$\frac{\pi(4x+1)}{4} = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Домножим все на 4 и поделим на число Пи:

$$4x + 1 = (-1)^n + 4n, n \in \mathbb{Z}$$

Перенесем 1 в правую часть уравнения:

$$4x = (-1)^n - 1 + 4n, n \in \mathbb{Z}$$

Поделим все на 4 и получим ответ:

$$x = \frac{(-1)^n}{4} - \frac{1}{4} + n, n \in \mathbb{Z}$$

Уравнение мы решили, но в ответ надо записать наибольший отрицательный корень. Для этого в уравнение вместо n надо подставлять следующие целые числа и считать результаты: 0, +1, -1, +2, -2, +3, -3 и т.д. до тех пор пока не найдете нужный Вам ответ:

при $n=0$:

$$x = \frac{(-1)^0}{4} - \frac{1}{4} + 0 = 0$$

при $n=1$:

$$x = \frac{(-1)^1}{4} - \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{2}$$

при $n=-1$:

$$x = \frac{(-1)^{-1}}{4} - \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{2} = -1,5$$

Наибольший отрицательный корень: -1,5.

2. **Функция $y=\cos x$.** Функция тоже ограниченная: находится в пределах $[-1;+1]$. Это значит, что при решении уравнений типа $\cos x=2$ или $\cos x=-4$ в ответе получается: нет корней, но в блоке В мы не можем записать такой ответ в бланк, значит уравнения должны давать какой-то конечный ответ.

Формулы для функции $y=\cos x$:

1. $\cos x = m$

$$x = \pm \arccos m + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2. $\cos x = -m$

$$x = \pm(\pi - \arccos m) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи:

1. $\cos x = -1$

$$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2. $\cos x = 0$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

3. $\cos x = 1$

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решим уравнение и в ответе напишем наибольший отрицательный корень:

№13025 В ответ запишите наибольший отрицательный корень:

$$\cos \frac{\pi(8x+1)}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi(8x+1)}{3} = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

используя таблицу значений:

$$\frac{\pi(8x+1)}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Уравнение мы решили, но в ответ надо записать наибольший отрицательный корень. Для этого в уравнение вместо n надо подставлять следующие целые числа и считать результаты: 0, +1, -1, +2, -2, +3, -3 и т.д. до тех пор пока не найдете нужный Вам ответ:

Домножим на 3, поделим на π :

$$x = \pm \frac{1}{8} - \frac{1}{8} + \frac{3n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_1 = \frac{3n}{4}, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\frac{1}{4} + \frac{3n}{4}$$

При $n=0$ $x_1=0$, $x_2=-1/4$, при $n=1$ $x_1=3/4$, $x_2=1/2$, при $n=-1$ $x_1=-3/4$, $x_2=-1$

при $n=1$ $x_1=3/4$, $x_2=1/2$

Наибольший отрицательный корень: 0,25

Наименьший положительный корень $x=6$.

Кроме **тригонометрических уравнений** встречаются еще и **иррациональные уравнения**.

Для решения **иррациональных уравнений** необходимо возвести в квадрат обе части уравнения, чтобы избавиться от корня.

Разберем на примере:

№102853

$$\sqrt{\frac{4}{12-x}} = \frac{1}{6}$$

$$\left(\sqrt{\frac{4}{12-x}}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$\frac{4}{12-x} = \frac{1}{36} \Rightarrow 36 \cdot 4 = 1 \cdot (12-x) \Rightarrow$$

$$36 \cdot 4 = 12 - x \Rightarrow$$

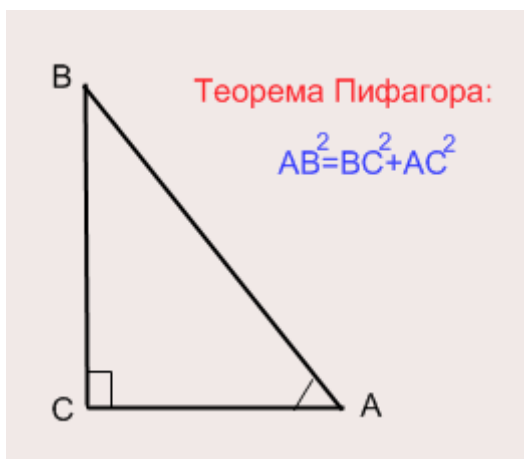
$$144 = 12 - x \Rightarrow x = -132$$



Практические рекомендации: задание В6

Геометрическое задание В4 ЕГЭ по математике базового уровня. Начнем с прямоугольного треугольника, ведь основная масса заданий связана именно с ним. А значит надо знать **теорему Пифагора**, тригонометрические функции, тригонометрические тождества. Уметь составлять пропорцию. Тут важно знать табличные значения тригонометрических функций и не путать их (синус, косинус, тангенс и котангенс) между собой. Очень часто, **если решаешь неправильно, получаешь ответ с корнями. Сразу понятно, что он неправильный.**

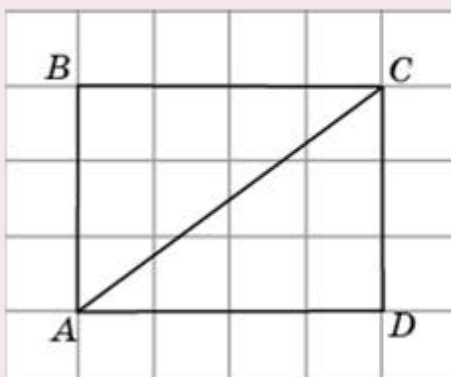
Итак, теорема Пифагора:



По **теореме Пифагора** всегда можно найти третью сторону в прямоугольном треугольнике, зная две других. Сторона которая лежит напротив прямого угла называется гипотенузой, две другие - это катеты.

Например:

№ 27847 Найдите диагональ прямоугольника ABCD, если стороны квадратных клеток равны 1.



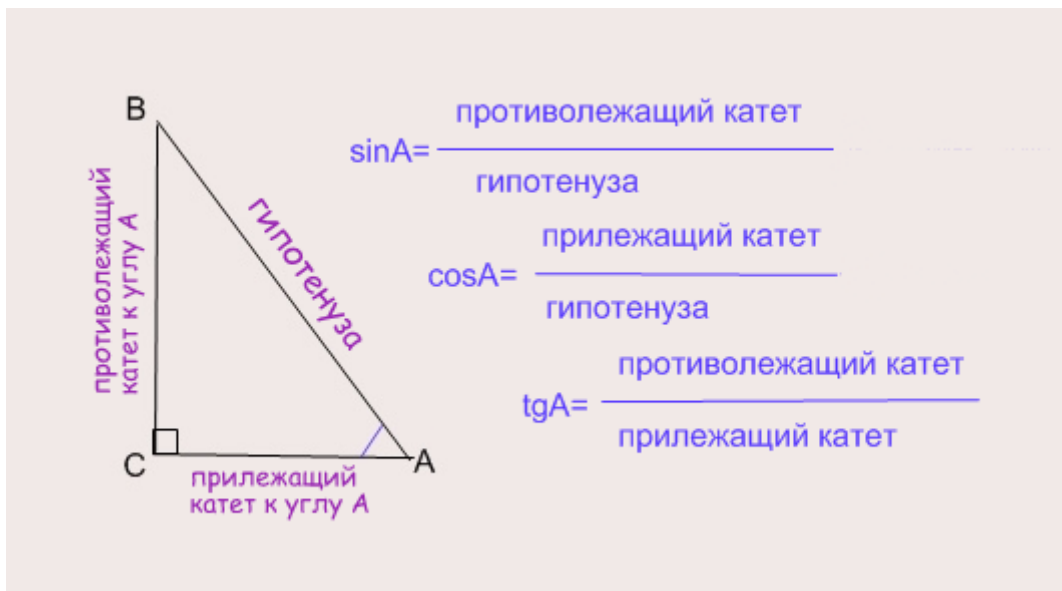
Решение: Диагональ AC является гипотенузой прямоугольного треугольника ABC или ACD (по сути все равно, они ведь одинаковые).

Пусть, это будет треугольник ABC. Сторона AB=3, BC=4. По **теореме Пифагора** найдем гипотенузу AC:

$$\begin{aligned} AC^2 &= 4^2 + 3^2 \\ AC^2 &= 16 + 9 \\ AC^2 &= 25 \\ AC &= 5 \end{aligned}$$

Достаточно много задач в **ЕГЭ по математике** задания В4, где в прямоугольном треугольнике необходимо найти $\sin$, $\cos$ или $\tan$ угла.

Итак, по порядку:



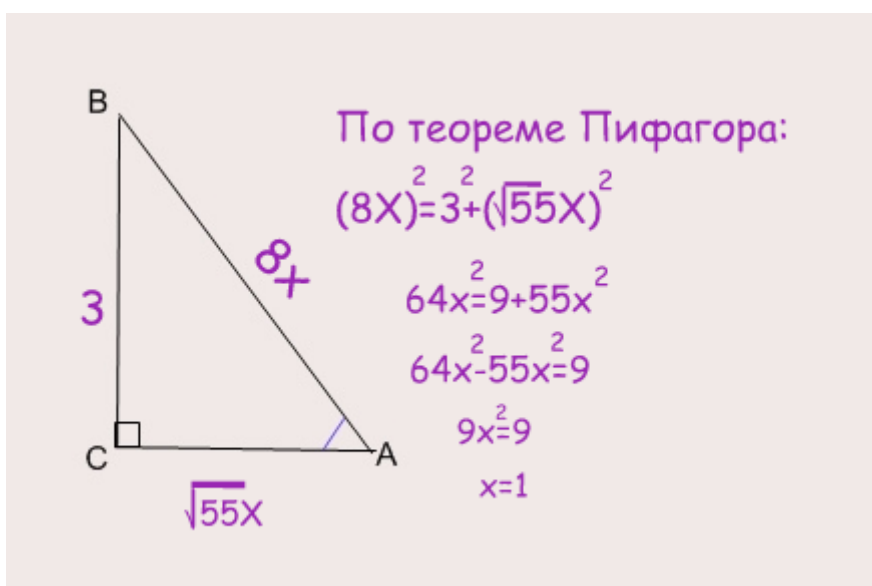
Обратите внимание на то, что для угла В прилежащий катет - это наоборот сторона ВС, а противолежащий катет - АС. Гипотенуза для любого угла - это сторона АВ.

Например:

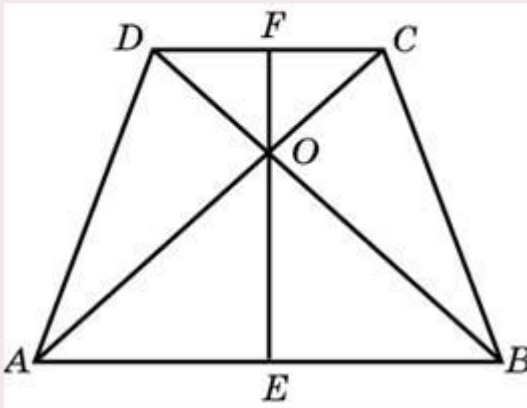
№ 4775 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{\sqrt{55}}{8}$, $BC=3$.
Найдите АВ.

Решение: Данную задачу можно решать несколькими способами, но мы разберем способ с использованием **теоремы Пифагора**.

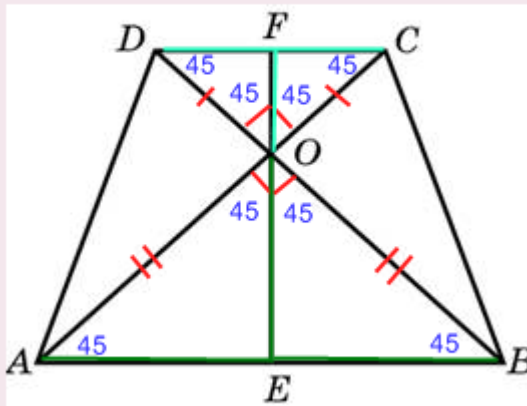
Итак, в задаче дан $\cos A$, а это значит, что отношение прилежащего катета к гипотенузе равно корень из 55 делить на 8, следовательно прилежащий катет мы приравняем к корню из 55, умноженному на X, а к гипотенузе - 8, умноженную на X. т.е.:



№ 27844 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите ее среднюю линию.



Решение: Средняя линия трапеции равна половине суммы оснований. Т.е. надо знать чему равны основания AB и CD. Диагонали пересекаются под углами в 90 градусов, следовательно образуются 4 прямоугольных равнобедренных треугольника: DFO, FCO, AOE, EOB:



Решение:

$$DF=FC=FO$$

$$AE=EB=OE$$

$$FO+OE=12$$

следовательно, $DF+AE=12$, $FC+EB=12$

сумма оснований:

$$DC+AB=DF+FC+AE+EB=12+12=24$$

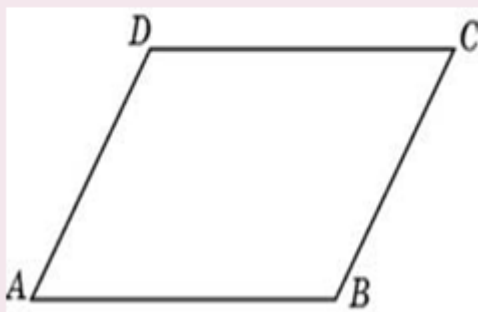
половина суммы оснований: $24 \cdot 0,5 = 12$

ответ: 12

Разберем еще одну задачу:

№ 49875 Найдите больший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 7:17.

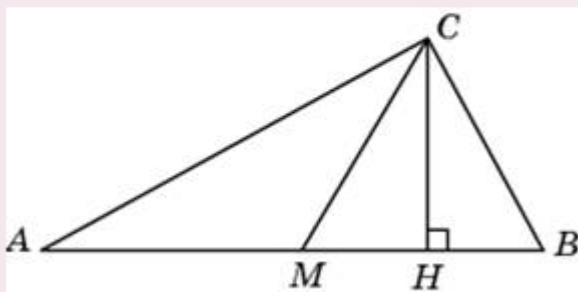
Ответ дайте в градусах.



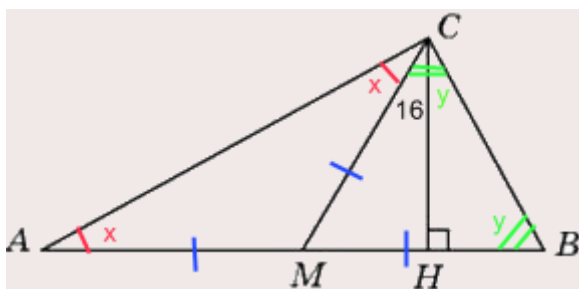
Решение: Больший угол - это угол D или B. Т.к. углы относятся как 7 к 17, то пусть угол $A = 7x$, а угол $D = 17x$. Сумма этих углов 180 градусов, следовательно $7x + 17x = 180$, $24x = 180$, $x = 7,5$, а угол $D = 7,5 \cdot 17 = 127,5$

из вариантов диагностической работы за 3 марта 2011 года была предложена такая задача В6, которая вызвала у многих сложность, поэтому хочу сегодня разобрать решения подобных ей задач.

№ 47801 В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен 16° . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



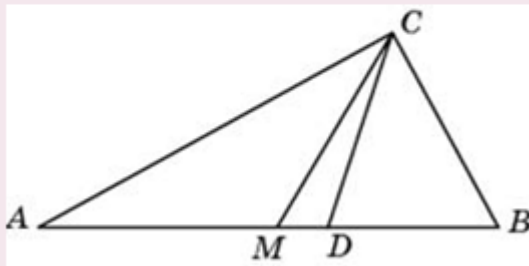
Решение: В данной задаче даны **медиана** и **высота**. Задача не такая уж и сложная, но при условии, если вы помните, что **медиана**, выходящая из прямого угла равна половине гипотенузы. В нашем случае, это значит, что $AM = MB = CM$. Следовательно треугольники AMC и MCB - равнобедренные, а значит углы при основании этих треугольников тоже равны. Я обозначила их за x и y :



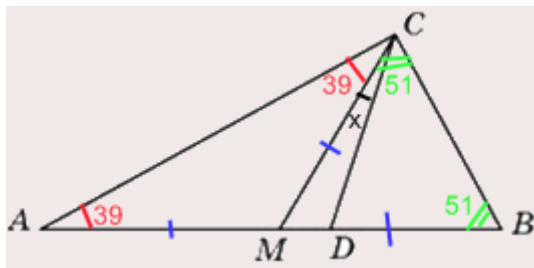
Рассмотри прямой угол C ($x+y=90$). Угол $BCN=90-y$, в то же время угол $BCN=y-16$ (т.к. CH - **высота**). Приравняем: $90-y=y-16$. Следовательно, $2y=106$, $y=54$. Значит $x=90-54=36$.
Больший из острых углов равен 54.

Рассмотрим еще одну задачу:

№ 47839 Острые углы прямоугольного треугольника равны 51° и 39° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла.
Ответ дайте в градусах.



Решение: В данной задаче даны **медиана** и **биссектриса**. Медиана из прямого угла в этой задаче тоже равна половине гипотенузы. Значит, что $AM=MB=CM$. Следовательно треугольники AMC и MCB - равнобедренные, а значит углы при основании этих треугольников тоже равны:



Т.к. CD - **биссектриса**, то углы BCD и ACD равны. Это значит $39+x=51$, значит $x=51-39$, $x=12$.



Практические рекомендации: задание В7 (часть 1)

Приступаем к заданию В7. Сегодня разберем логарифмы и их свойства. Задание части В не очень сложные, достаточно знать **свойства логарифмов** и уметь применять их.

Итак, первое свойство:

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$$

Разберем на примере:

№ 4503 Найдите значение выражения: $\log_{13} 16,9 + \log_{13} 10$

Решение:

$$\log_{13} 16,9 + \log_{13} 10 = \log_{13} 16,9 \cdot 10 = \log_{13} 169 = 2$$

Логарифм от 169 по основанию 13 равен 2, т.к. 13 в квадрате равно 169, значит ответ: 2.

Свойство 2:

$$\log_a b - \log_a c = \log_a b/c$$

Разберем на конкретном примере:

№ 4417 Найдите значение выражения: $\log_{10} 250 - \log_{10} 2,5$

Решение:

$$\log_{10} 250 + \log_{10} 2,5 = \log_{10} 250 / 2,5 = \log_{10} 100 = 2$$

Логарифм от 100 по основанию 10 равен 2, т.к. 10 в квадрате равно 100.

Свойство 3:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Свойство 4:

$$\log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

Разберем на примере:

№ 4369 Найдите значение выражения $\log_3 13 \cdot \log_{13} 9$

Решение:

$$\log_3 13 \cdot \log_{13} 9 = \frac{\log_{13} 9}{\log_{13} 3} = \frac{\log_{13} 3^2}{\log_{13} 3} = \frac{2 \log_{13} 3}{\log_{13} 3} = 2$$

Т.к. не существует **свойства логарифмов**, согласно которому логарифмы можно перемножить, то используют в таком случае всегда свойство номер 3, используя которое можно логарифм перенести из числителя в знаменатель дроби, при этом меняя местами основание логарифма и его логарифмическую часть. В нашем примере первый логарифм

мы и перенесли в знаменатель, поменяв местами числа 3 и 13. Далее используем **свойство логарифмов** 4. Для этого 9 представим как три в квадрате, далее степень, равную 2, вынесем как множитель перед логарифмом. В результате в числителе и знаменателе образовались два одинаковых логарифма, сокращая их, в ответе получаем 2.

Данное задание можно было бы решить и по другому. используя свойство 3 и свойство 5:

Свойство 5:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Решение:

$$\log_3 13 \cdot \log_{13} 9 = \frac{\log_{13} 9}{\log_{13} 3} = \log_3 9 = 2$$

Итак, сначала используем свойство 3, далее переходим к другому основанию согласно свойству 5, а значит получаем в итоге логарифм с основанием 3 от числа 9. В какую степень надо возвести 3, чтобы получить 9? Во вторую! Значит ответ: 2.

Решим еще один пример на свойство 5:

№ 4361 Найдите значение выражения: $\frac{\log_3 4}{\log_{81} 4}$

Решение:

$$\frac{\log_3 4}{\log_{81} 4} = \frac{\log_4 81}{\log_4 3} = \log_3 81 = 4$$

Сначала воспользуемся свойством 3, и перевернем логарифмы, тот который был в числителе переместим в знаменатель, не забыв поменять местами 3 и 4, а тот который стоял в знаменателе переместим в числитель, естественно тоже поменяв 81 и 4 местами. Теперь мы видим, что в обоих логарифмах в основании одинаковое число 4, а значит можно использовать свойство номер 5: получаем логарифм от 81 по основанию 3. Т.к. три по возведении в степень 4 равно 81, то ответ: 4.

Свойство 6:

$$a^{\log_a b} = b$$

Разберем пример на данное свойство:

№ 4443 Найдите значение выражения: $13 \cdot 10^{\log_{10} 2}$

Решение:

$$13 \cdot 10^{\log_{10} 2} = 13 \cdot 2 = 26$$

13 умножаем на 10 в степени логарифма с основанием тоже 10. По свойству 6 от 10 в этой степени остается только 2, значит 13 достаточно умножить на 2. Ответ: 26



Практические рекомендации: задание В8

По графику найти производную в точке, максимальное/минимальное значение на интервале, промежутки возрастания/убывания или точки экстремума функции.

Ошибки:

- перепутать график производной функции с графиком самой функции (вот, например, изображен [график производной](#), то есть точка минимума — 4, и минимального значения функция достигает в этой точке, а не в точке 2);
- по графику производной перепутать точки максимума (график производной пересекает ось абсцисс сверху вниз) и минимума (соответственно, снизу вверх);
- найти, скажем, все точки максимума, когда просят только на определенном отрезке.

Задание В 8 связано с производной функции. В условиях этих заданий дается либо график самой функции, либо ее производной. И по этому графику необходимо либо вычислить значение производной в указанной точке. Либо сделать какие-то другие выводы. По сути эти задания довольно просты, хотя занимают в рейтинге 8 место в части В.

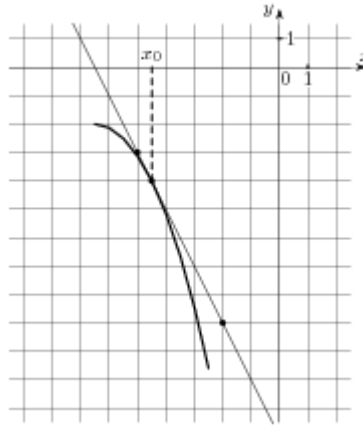
Там несколько типов заданий. Но вот тот, который вызывает больше всего затруднений:



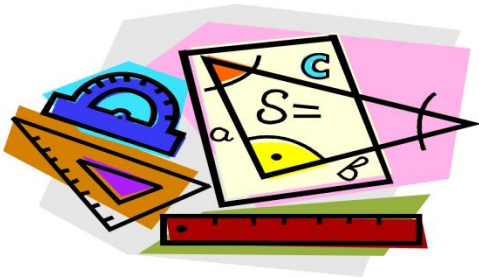
Изображен график производной, а нам нужно определить, в каких точках касательная к графику самой функции параллельна или совпадает с прямой $a \cdot x + b$. Две прямые параллельны, когда у них равные углы наклона касательных, то есть равные производные. Значит, нам достаточно определить, в каких точках график производной $f'(x)$ пересекается с графиком производной $(a \cdot x + b)$. b ни на что не влияет и нас не интересует. Так что на рисунке надо провести горизонтальную линию $y = a$ и определить, в скольких точках она пересекает график производной.

аналитический способ нахождения углового коэффициента по двум выбранным точкам - в В8 производная в точке по графику функции и касательной (точки на касательной выделены).

Что-то в этом роде?



Выделено две точки с координатами $(-5; -3)$ и $(-2; -9)$. совсем аналитический способ. Уравнение прямой $y = kx + b$. Подставляем в это уравнение координаты обеих точек - $-3 = k \times (-2) + b$ и $-9 = k \times (-2) + b$. $-3 - (-9) = k \times (-5 - (-2))$ $k = 6 / -3 = -2$.



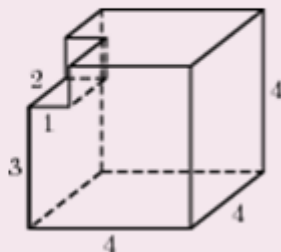
Практические рекомендации: задание В9

Задача по геометрии на нахождение объемов и площадей поверхности многогранников: параллелепипеда, пирамиды, призмы. При решении подобных задач надо помнить формулы для нахождения объемов и площадей поверхности тел.

Данные задания предполагают рассчитать не полный объем фигуры, а только части ее.

Например:

№ 25613 Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).

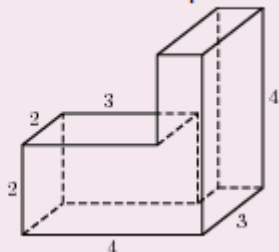


Решение: Дан параллелепипед размерами $4 \times 4 \times 4$. Его объем $4 \times 4 \times 4 = 64$. Из него вырезан маленький параллелепипед размерами $1 \times 2 \times 1$. Его объем $1 \times 2 \times 1 = 2$. Объем оставшейся части параллелепипеда $64 - 2 = 62$. Ответ: 62.

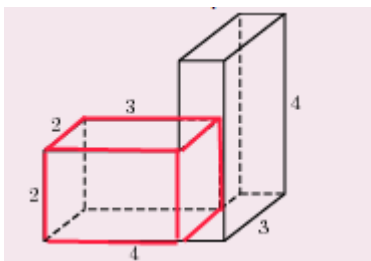
Иногда такие задачи удобнее решать другим способом: разбить на несколько **многогранников**, найти их объемы и сложить.

Например:

№ 25895 Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Решение: Разделим данный **многогранник** на два:

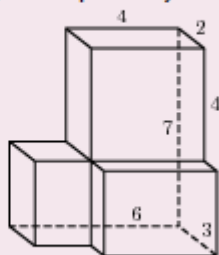


Объем первого **многогранника** (выделен красным) $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$. Второй **многогранник** с размерами $1 \times 3 \times 4$ имеет объем $1 \cdot 3 \cdot 4 = 12$. Общий объем $12 + 12 = 24$.

Иногда **многогранник** надо делить на три части и более.

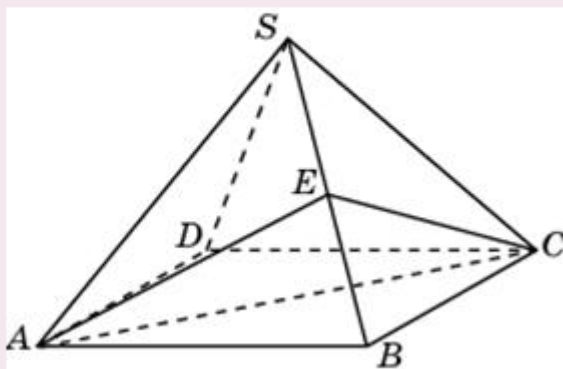
Например:

№ 25945 Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пример 1:

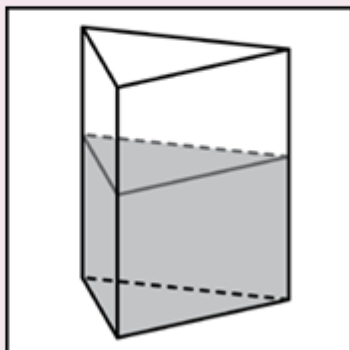
№ 27114 Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 12. Точка E — середина ребра SB . Найдите объем треугольной пирамиды $EABC$.



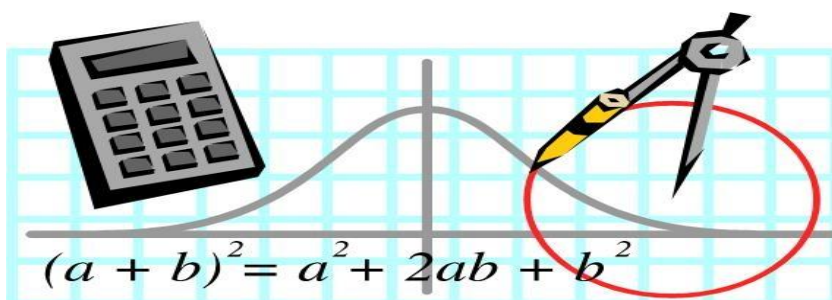
Решение: Пирамида $EABC$ в два раза ниже пирамиды $SABCD$, значит ее высота в два раза меньше. Площадь основания пирамиды $EABC$ в два раза меньше пирамиды $SABCD$, значит объем пирамиды $EABC$ в четыре раза меньше объема пирамиды $SABCD$, следовательно $12/4=3$. Ответ: 3

Пример 2:

№ 4937 Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1500 см^3 воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 25 см до отметки 28 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в см^3



Решение: Объем воды 1500, ее уровень 25 см, значит можно найти площадь основания сосуда: $1500/25=60$. Когда в сосуд поместили деталь, то объем воды увеличился за счет объема детали и стал равен $60 \cdot 28=1680$. Объем увеличился на $1680-1500=180$, значит объем детали равен 180. Ответ: 180.



Практические рекомендации: задание В10

Итак, с 2012 года в ЕГЭ по математике появилось новое задание: задача на **вероятность событий**. В общеобразовательных классах такие задачки решаются мало, а где-то возможно совсем не решаются.

Что же такое **вероятность события**? Думаю каждый из вас в своей жизни играл в такую игру: один из игроков прячет за спиной какую-нибудь вещь в левой или правой руке, а второй игрок отгадывает в какой руке спрятан предмет. Предмет в левой руке - пусть будет событие А, а в правой - событие В. Естественно, третьего не дано, либо предмет находится в левой руке, либо в правой. если не отдавать какой-либо руке предпочтений, то события А и В равновозможны. Такие события называют случаями. Случай может быть благоприятный и неблагоприятный. Предположим предмет спрятан в левой руке, тогда событие А - это благоприятный случай, а событие В - не благоприятный. Для того, чтобы найти **вероятность события** необходимо найти отношение количества благоприятных исходов (случаев) к количеству всех исходов (случаев).

Рассмотрим на примерах:

№100. Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет нечетное число очков?

Решение: Игральная кость содержит 6 граней с очками: 1, 2, 3, 4, 5, 6, где 1, 3, 5 - нечетные числа, а 2, 4, 6 - четные числа. С равной вероятностью при броске может выпасть любое из этих чисел. Всего чисел 6, значит количество всех возможных исходов равно 6. По условию задачи нас интересуют нечетные числа, их всего 3, значит количество благоприятных исходов (выпадение нечетных чисел) равно 3. Значит, **вероятность события**, что выпадет нечетное число очков равно 3 к 6 или $3/6=1/2=0,5$.

Ответ: 0,5

№101. Ученика попросили назвать число от 1 до 100. Какова вероятность, что он назовет число, кратное 20?

Решение:

Т.к. чисел от 1 до 100 всего 100, и ученик может назвать любое из этих чисел, то количество всех возможных исходов равно 100. Из этих ста чисел кратные 20 (т.е. делящиеся на 20 без остатка) всего 5 (20, 40, 60, 80, 100), значит количество благоприятных исходов равно 5. Значит, **вероятность события**, что ученик назовет число, кратное 20 равно 5 к 100 или $5/100=0,05$

Ответ: 0,05

№283441 В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.

Решение:

Бросая две кости 5 очков можно получить: $1+4=5$, $4+1=5$, $2+3=5$, $3+2=5$. А значит 5 очков можно получить 4 разными способами.

Т.к. костей 2, и на каждой кости по 6 граней (очки от 1 до 6), то всевозможных исходов может быть $6*6=36$.

Найдем вероятность, как отношение интересующего нас события (сумма 5 очков) к всевозможным событиям: $4/36=1/9\approx 0,11$

Ответ: 0,11



Практические рекомендации: задание В11

В9 - задача по стереометрии. Найти площадь поверхности или объем какого-нибудь тела (куба, пирамиды, призмы цилиндра, конуса). Главное — помнить формулы для объема и площади поверхности этих тел.

- ✓ Объем любой «обычной» фигуры $V = S_{\text{осн}} \cdot H$;
- ✓ Объем любой усеченной фигуры $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$, то есть в 3 раза меньше при прочих равных условиях (то есть при тех же $S_{\text{осн}}$ и H);
- ✓ Площадь круга $S = \pi r^2$;
- ✓ Длина окружности $C = 2\pi r$;
- ✓ Теорема Пифагора (обсуждалась ранее в задании В4);
- ✓ Объем шара $V = \frac{4}{3} \pi r^3$, а также формулы площадей квадрата, прямоугольника и треугольника, которые даже в книжке для «чайников» я перечислять не буду.

Ошибки:

- забыть по одно-два измерения (их у объемных тел три). Вот, скажем, [задача про конус](#): высоту пополам — это понятно. Но и радиус основания тоже в два раза меньше, а он в формуле для объема ($\pi R^2 h / 3$) — в квадрате. Значит, пополам, пополам, и еще раз пополам. То есть делить надо на 8;
- **найти объем**, когда просят [найти площадь поверхности](#), и наоборот.

В9: В прямоугольном параллелепипеде два ребра выходящие из одной той же вершины равны 2 и 8. Площадь поверхности параллелепипеда равна 132. Найдите третье ребро выходящее из той же вершины.

Если a , b , c - стороны параллелепипеда, то площадь его поверхности равна $2ab + 2ac + 2bc$

$$2 \times 2 \times 8 + 2 \times 2 \times c + 2 \times 8 \times c = 132$$

$$32 + 20 \times c = 132$$

$$c = 5$$



Практические рекомендации: задание B12

Задача как бы по физике, выглядит вроде бы страшно. Но все формулы даны, и остается только решить уравнение, максимум квадратное. Тут нам опять очень помогает то, что в ответе должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Как правило, неправильное решение приводит к чему-нибудь с корнями.

В этих задачах встречаются самые разные сюжеты: мальчик, бросающий камни в колодец с целью определить его глубину с помощью формулы, некий прибор, который нужно выключать из розетки. Чтобы не перегорели многое другое. И необходимо продираться сквозь смысл экономических, физических терминов.

Чтобы преодолеть трудности, весьма полезно помнить следующее: все эти задания сводятся к решению квадратных уравнений. Значит из условия нужно собрать выражение вида $ax^2 + bx + c = 0$ или $ax^2 + bx + c \leq 0$. Это и есть «маяк», на который надо ориентироваться.

Далее. Многие задачи, особенно физические, содержат величины, которые не могут быть отрицательными. Это необходимо учитывать при анализе полученных результатов и отбрасывать непригодные.

1. Модель камнеметательной машины, выстреливает камни под определенным углом к горизонту с фиксированной начальной скоростью. Её конструкция такова, что траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -1/10000$ 1/м, $b = 1/10$ — постоянные параметры. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высоты 9 м нужно расположить машину, чтобы камни перелетали через неё?

Эту задачу сложно объяснять, не рисуя, но я попробую.

У нас есть уравнение траектории полета камня:
 $y = -x^2/10000 + x/10$

Это перевернутая парабола с "началом" в точке (0,0). Нам нужно найти такое значение x (это и есть расстояние до стены, нарисуй график - увидишь), при котором камень перелетит через девятиметровую стену, то есть $y \geq 9$ (на самом деле, и тут та же фигня: неравенство по идее должно быть строгим, но мы условились не заморачиваться по этому поводу). Получается квадратное неравенство:

$$-x^2/10000 + x/10 \geq 9$$

А поскольку нам нужно максимальное расстояние, то нам остается найти только больший корень уравнения $-x^2/10000 + x/10 = 9$

2. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 20$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана - в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет четким, если

выполнено соотношение $1/d_1 + 1/d_2 = 1/f$. Укажите, на каком наименьшем от линзы можно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в см.

Решение

Из формулы $1/d_1 + 1/d_2 = 1/f$ выразим d_1 .

$1/d_1 = 1/f - 1/d_2$. Приведя к общему знаменателю, получим: $1/d_1 = (d_2 - f) / (d_2 \cdot f)$, тогда

$$d_1 = d_2 \cdot f / (d_2 - f), \quad d_1 = d_2 \cdot 20 / (d_2 - 20).$$

Рассмотрим функцию $d_1(d_2) = 20 \cdot d_2 / (d_2 - 20)$ на промежутке $[100; 120]$, т.к. $d_2 \in [100; 120]$.

Найдем наименьшее значение функции на указанном промежутке.

Вычислим производную d_1 по формуле производной от частного.

$$D_1' = (20(d_2 - 20) - 20 \cdot d_2) / (d_2 - 20)^2 = -400 / (d_2 - 20)^2.$$

Очевидно, что производная в 0 не обращается, следовательно, функция $d_1(d_2)$ критических точек не имеет. Будем искать её наименьшее значение на концах промежутка $[100; 120]$.

$$d_1(100) = 20 \cdot 100 / (100 - 20) = 2000 / 80 = 25,$$

$$d_1(120) = 20 \cdot 120 / (120 - 20) = 2400 / 100 = 24.$$

Т.о. наименьшее значение d_1 равно 24 см.

Ответ: 24.



Практические рекомендации: задание В13

Задача на составление и решение системы уравнений. Почему текстовые задачи В12 относятся к простым?

Во-первых, все задачи В12 из банка заданий ФИПИ решаются по единому алгоритму, о котором мы вам расскажем. Во-вторых, все В12 однотипны — это задачи на движение или на работу. Главное — знать к ним подход. **Внимание! Чтобы научиться решать текстовые задачи, вам понадобится всего три-четыре часа самостоятельной работы, то есть два-три занятия.** Всё, что нужно, — это здравый смысл плюс умение решать квадратное уравнение.

Несмотря на то, что они как бы по идее должны быть самыми сложными в первой части экзамена, часто решаются в уме без всяких там уравнений.

Дело в том, что многие из задач **В12** — симметричные. Скажем, [вот эта](#): дан путь, и известно, что один велосипедист ехал на 3 км/ч быстрее и приехал на 3 часа раньше. То есть, получается, что время первого настолько меньше времени второго, насколько скорость первого больше скорости второго. Значит, время одного численно равно скорости второго и наоборот. Осталось только путь (154) разложить на два множителя так, чтобы эти множители различались на 3. Это 11 и 14. Осталось только не запутаться, о чем конкретно нас спрашивают, и выбрать из этих двух чисел нужное. Точно также решаются задачи, где «[туда и обратно с остановкой](#)» и «[по течению и против течения](#)».

Алгоритм решения задачи

1. Внесем в таблицу известные величины (работу примем за единицу) .
2. Одну из неизвестных величин обозначим за X .
3. Остальные неизвестные величины выразим через X , используя условие задачи или формулы.
4. Составим уравнение.
5. Решим уравнение и ответим на главный вопрос задачи.

Рассмотрим решение таких задач.

12. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Что здесь лучше всего обозначить за x ? Скорость велосипедиста. Тем более, что ее и надо найти в этой задаче. Автомобилист проезжает на 40 километров больше, значит, его скорость равна $x + 40$.

Нарисуем таблицу. В нее сразу можно внести расстояние — и велосипедист, и автомобилист проехали по 50 км. Можно внести скорость — она равна x и $x + 40$ для велосипедиста и автомобилиста соответственно. Осталось заполнить графу «время».

Его мы найдем по формуле: $t = \frac{S}{v}$. Для велосипедиста получим $t_1 = \frac{50}{x}$, для автомобилиста $t_2 = \frac{50}{x + 40}$.

Эти данные тоже запишем в таблицу.

Вот что получится:

	v	t	S
велосипедист	x	$t_1 = \frac{50}{x}$	50
автомобилист	$x + 40$	$t_2 = \frac{50}{x + 40}$	50

Остается записать, что велосипедист прибыл в конечный пункт на 4 часа позже автомобилиста. Позже — значит, времени он затратил больше. Это значит, что t_1 на четыре больше, чем t_2 , то есть

$$t_2 + 4 = t_1$$

$$\frac{50}{x + 40} + 4 = \frac{50}{x}$$

Решаем уравнение.

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{x + 40} = 4$$

Приведем дроби в левой части к одному знаменателю.

Первую дробь домножим на $x + 40$, вторую — на x .

Если вы не знаете, как приводить дроби к общему знаменателю (или — как раскрывать скобки, как решать уравнение...), подойдите с этим конкретным вопросом к вашему учителю математики и попросите объяснить. Бесполезно говорить учительнице: «Я не понимаю математику» — это слишком абстрактно и не располагает к ответу. Учительница может ответить, например, что она вам сочувствует. Или, наоборот, даст какую-либо характеристику вашей личности. И то и другое неконструктивно. А вот если вы зададите конкретный вопрос: «Как приводить дроби к одному знаменателю» или «Как раскрывать скобки» — вы получите нужный вам конкретный ответ. Вам ведь необходимо в этом разобраться! Если педагог занят, договоритесь о времени, когда вы можете с ним (или с ней) встретиться, чтобы получить консультацию. Используйте ресурсы, которые у вас под рукой!

Получим:

$$\frac{50(x + 40) - 50x}{x(x + 40)} = 4$$

$$\frac{50x + 2000 - 50x}{x(x+40)} = 4$$

$$\frac{2000}{x(x+40)} = 4$$

Разделим обе части нашего уравнения на 4. В результате уравнение станет проще. Но почему-то многие учащиеся забывают это делать, и в результате получают сложные уравнения и шестизначные числа в качестве дискриминанта.

$$\frac{500}{x(x+40)} = 1$$

Умножим обе части уравнения на $x(x+40)$. Получим:

$$x(x+40) = 500$$

Раскроем скобки и перенесем всё в левую часть уравнения:

$$x^2 + 40x = 500$$

$$x^2 + 40x - 500 = 0$$

Мы получили квадратное уравнение. Напомним, что квадратным называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$. Решается оно стандартно — сначала находим дискриминант

по формуле $D = b^2 - 4ac$, затем корни по формуле $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$.

В нашем уравнении $a = 1$, $b = 40$, $c = -500$.

Найдем дискриминант $D = 1600 + 2000 = 3600$ и корни:

$$x_1 = 10, x_2 = -50.$$

Ясно, что x_2 не подходит по смыслу задачи — скорость велосипедиста не должна быть отрицательной.

Ответ: 10.

Следующий тип задач — когда что-нибудь плавает по речке, в которой есть течение. Например, теплоход, катер или моторная лодка. Обычно в условии говорится о собственной скорости плавучей посуды и скорости течения. Собственной скоростью называется скорость в неподвижной воде.

При движении по течению эти скорости складываются. Течение помогает, по течению плыть — быстрее. Скорость при движении по течению равна сумме собственной скорости судна и скорости течения. А если двигаться против течения? Течение будет мешать, относить назад. Теперь скорость течения будет вычитаться из собственной скорости судна.

14. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна x .

Тогда скорость движения моторки по течению равна $x + 1$, а скорость, с которой она движется против течения $x - 1$.

Расстояние и в ту, и в другую сторону одинаково и равно 255 км.

Занесем скорость и расстояние в таблицу.

Заполняем графу «время». Мы уже знаем, как это делать. При движении по течению

$t_1 = \frac{255}{x+1}$, при движении против течения $t_2 = \frac{255}{x-1}$, причем t_2 на два часа больше, чем t_1 .

	v	t	S
по течению	$x + 1$	$t_1 = \frac{255}{x+1}$	255
против течения	$x - 1$	$t_2 = \frac{255}{x-1}$	255

Условие « t_2 на два часа меньше, чем t_1 » можно записать в виде

$$t_2 - 2 = t_1$$

Составляем уравнение:

$$\frac{255}{x-1} - 2 = \frac{255}{x+1}$$

и решаем его.

$$\frac{255}{x-1} - \frac{255}{x+1} = 2$$

Приводим дроби в левой части к одному знаменателю

$$\frac{255(x+1) - 255(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 2$$

Раскрываем скобки

$$\frac{510}{x^2-1} = 2$$

Делим обе части на 2, чтобы упростить уравнение

$$\frac{255}{x^2-1} = 1$$

Умножаем обе части уравнения на $x^2 - 1$

$$x^2 - 1 = 255$$

$$x^2 = 256.$$

Вообще-то это уравнение имеет два корня: $x_1 = 16$ и $x_2 = -16$ (оба этих числа при возведении в квадрат дают 256). Но конечно же, отрицательный ответ не подходит — скорость лодки должна быть положительной.

Ответ: 16.

Вообще, практически все задачи В12 можно даже не решать, а просто угадать ответ. В этих задачах с теплоходом или двумя велосипедистами всегда

$V_1 \times t_1 = V_2 \times t_2 = S$, причем V_1 в км/ч равно t_2 в часах. А V_2 в км/ч равно t_1 в часах.

Так и с этим теплоходом - по течению он шел 21 час со скоростью 29 км/ч, а против течения - 29 часов со скоростью 21 км/ч. Что 21×29 , что 29×21 , получается 609. А заметив это уже нетрудно понять, что $29 = 25 + 4$, а $21 = 25 - 4$, то есть ответ равен 4.

То есть такие задачи можно "решать", просто раскладывая на множители значение пути и проверяя выполнение остальных условий - это достаточно быстро.

А если делать честно, то нужно решать систему из трех уравнений: Нам известно, что путь туда равен пути обратно и равен 609 км, что скорость теплохода равна 25 км/ч, и что общее время в пути - 50 часов (58 минус время стоянки). Итак, обозначим t_1 - время в пути по течению, t_2 - время против течения, v_p - скорость течения, которую надо найти. Получаем систему $(25 + v_p) \times t_1 = 609$ (путь по течению), $(25 - v_p) \times t_2 = 609$ (путь против течения), $t_1 + t_2 = 50$ (общее время в пути).

Тут удобно выразить t_1 через t_2 в третьем уравнении и подставить в первое, а второе пока не трогать : $(25+vp) \times (50-t_2) = 609$, $(25-vp) \times t_2 = 609$. Теперь вычтем из первого уравнения второе, аккуратно приведем подобные и получим $t_2 = V_p + 25$. Теперь подставим это во второе уравнение : $(25+vp) \times (25-vp) = 609$. Обычное квадратное уравнение, корни которого: 4 и -4. Скорость течения отрицательной быть не может, так что наш ответ - 4 км/ч.

3. Оля и Аня занимаются оформлением документов за 504 минуты, Оля и Лена - за 420 минут, а Лена с Аней - за 840 мин. сколько девочкам понадобится времени, если они втроем будут заниматься одним делом!

Тут мыслить удобно так. У каждой девочки есть своя скорость выполнения этой работы (величина, обратная времени, за которое она сделает работу в одиночестве, $1/t$). Обозначим эти скорости как v_1 , v_2 и v_3 (Оля, Аня, Лена соответственно).

Получим систему из трех уравнений:

$$v_1 + v_2 = 1/504$$

$$v_1 + v_3 = 1/420$$

$$v_2 + v_3 = 1/840$$

В принципе, можно честно решить систему, найти скорость выполнения работы каждой девочки в отдельности, а потом вычислить искомое время, которое будет равно $1/(v_1 + v_2 + v_3)$.

Но проще - заметить, что если мы сложим все три уравнения, то получим $2 \times (v_1 + v_2 + v_3) = 1/504 + 1/420 + 1/840$

В левой части мы получили как раз удвоенную суммарную скорость всех троих - полшага до ответа:

$$2/T = 1/504 + 1/420 + 1/840$$

$$T = 2 / (1/504 + 1/420 + 1/840)$$

Без калькулятора, конечно, это тяжело, но **в ответе должно получиться 360**.

Следующая задача — тоже про велосипедиста.

13. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Решение

Пусть скорость велосипедиста на пути из А в В равна x . Тогда его скорость на обратном пути равна $x + 3$. Расстояние в обеих строчках таблицы пишем одинаковое —

70 километров. Осталось записать время. Поскольку $t = \frac{S}{v}$, на путь из А в В велосипедист затратит время $t_1 = \frac{70}{x}$, а на обратный путь время $t_2 = \frac{70}{x+3}$.

	v	t	S
туда	x	$t_1 = \frac{70}{x}$	70
обратно	$x + 3$	$t_2 = \frac{70}{x+3}$	70

На обратном пути велосипедист сделал остановку на 3 часа и в результате затратил столько же времени, сколько на пути из А в В. Это значит, что на обратном пути он крутил педали на 3 часа меньше.

Значит, t_2 на три меньше, чем t_1 . Получается уравнение:

$$\frac{70}{x+3} + 3 = \frac{70}{x}$$

Оно очень похоже на предыдущее. Сгруппируем слагаемые:

$$\frac{70}{x} - \frac{70}{x+3} = 3$$

Точно так же приводим дроби к одному знаменателю:

$$\frac{70(x+3) - 70x}{x(x+3)} = 3$$

$$\frac{70 \cdot 3}{x(x+3)} = 3$$

Разделим обе части уравнения на 3.

$$\frac{70}{x(x+3)} = 1$$

Напомним — если вам непонятны какие-либо действия при решении уравнений, обращайтесь к учительнице! Показывайте конкретную строчку в решении задачи и говорите: «Пожалуйста, объясните, как это делать». Для нее такое объяснение — дело пятнадцати минут, а вы наконец научитесь решать уравнения, что очень важно для сдачи ЕГЭ по математике.

Умножим обе части уравнения на $x(x+3)$, раскроем скобки и соберем все в левой части.

$$x^2 + 3x - 70 = 0$$

Находим дискриминант. Он равен $9 + 4 \cdot 70 = 289$.

Найдем корни уравнения:

$x_1 = 7$. Это вполне правдоподобная скорость велосипедиста. А ответ $x_2 = -10$ не подходит, так как скорость велосипедиста должна быть положительна.

Ответ: 7.

Текстовые задачи хороши еще и тем, что ответ легко проверить с точки зрения здравого смысла. Ясно, что если вы получили скорость течения, равную 300 километров в час — задача решена неверно.

Еще один тип задач В12, встречающийся в вариантах ЕГЭ по математике — это задачи на работу.

Задачи на работу также решаются с помощью одной-единственной формулы: $A = p \cdot t$. Здесь A — работа, t — время, а величина p , которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, продавец в супермаркете надувает воздушные шарик. Количество шариков, которые он надувает за час — это и есть его производительность.

Правила решения задач на работу очень просты.

$A = p \cdot t$, то есть работа = производительность $\cdot$ время. Из этой формулы легко найти t или p .

Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один). Написана книга (одна). А вот если речь идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.

Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются. Очень логичное правило.

В качестве переменной x удобно взять именно производительность

Особенности решения задач «на работу»

$A = P \times t$, где A – работа, P – производительность, t – время

$$P = A/t$$

$$t = A/P$$

Если в условии не дана **вся работа**, то ее можно принять за 1.

Общая производительность равна сумме производительностей.

Покажем, как все это применяется на практике.

17. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Так же, как и в задачах на движение, заполним таблицу.

В колонке «работа» и для первого, и для второго рабочего запишем: 110. В задаче спрашивается, сколько деталей в час делает второй рабочий, то есть какова его производительность. Примем ее за x . Тогда производительность первого рабочего равна

$x + 1$ (он делает на одну деталь в час больше). Поскольку $t = \frac{A}{v}$, время работы первого рабочего равно $t_1 = \frac{110}{x+1}$, время работы второго равно $t_2 = \frac{110}{x}$.

	p	t	A
первый рабочий	$x + 1$	$t_1 = \frac{110}{x+1}$	110
второй рабочий	x	$t_2 = \frac{110}{x}$	110

Первый рабочий выполнил заказ на час быстрее. Следовательно, t_1 на 1 меньше, чем t_2 , то есть

$$t_1 = t_2 - 1$$

$$\frac{110}{x+1} = \frac{110}{x} - 1$$

Мы уже решали такие уравнения. Оно легко сводится к квадратному:

$$x^2 + x - 110 = 0$$

Дискриминант равен 441. Корни уравнения: $x_1 = 10$, $x_2 = -11$. Очевидно, производительность рабочего не может быть отрицательной — ведь он производит детали, а не уничтожает их :) Значит, отрицательный корень не подходит.

Ответ: 10.

18. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Всевозможные задачи про две трубы, которые наполняют какой-либо резервуар для воды — это тоже задачи на работу. В них также фигурируют известные вам величины — производительность, время и работа.

Примем производительность первой трубы за x . Именно эту величину и требуется найти в задаче. Тогда производительность второй трубы равна $x + 1$, поскольку она пропускает на один литр в минуту больше, чем первая. Заполним таблицу

	p	t	A
первая труба	x	$t_1 = \frac{110}{x}$	110
вторая труба	$x + 1$	$t_2 = \frac{99}{x+1}$	99

Первая труба заполняет резервуар на две минуты дольше, чем вторая. Значит, $t_1 - t_2 = 2$. Составим уравнение:

$$\frac{110}{x} - \frac{99}{x+1} = 2$$

и решим его.

Ответ: 10.

Задачи по теме "Проценты".

1. Торговая база закупила у изготовителя партию альбомов и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 30% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на альбом на 20% выше оптовой. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 10%. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с ценой изготовителя, если на распродаже он приобрел альбом за 70,2 рубля?

Решение.

Пусть a — цена изготовителя. Тогда оптовая цена 1 альбома **1,3a**, т.к. она больше цены изготовителя на 30%. Находим розничную цену альбома: она **на 20% выше оптовой**. Тогда в магазине 1 альбом стоит: $1,3a \cdot 1,2a = 1,56a$ руб. При распродаже цена снизилась на

10%. т.е. на **0,156a** руб. Получаем цену альбома после снижения **1,404a** руб., а это составляет **70,2** рубля.

Решая уравнение **1,404a = 70,2**, находим, что цена изготовителя **a** равна 50 руб. Покупатель заплатил на **20,2 руб больше** по сравнению с ценой изготовителя.

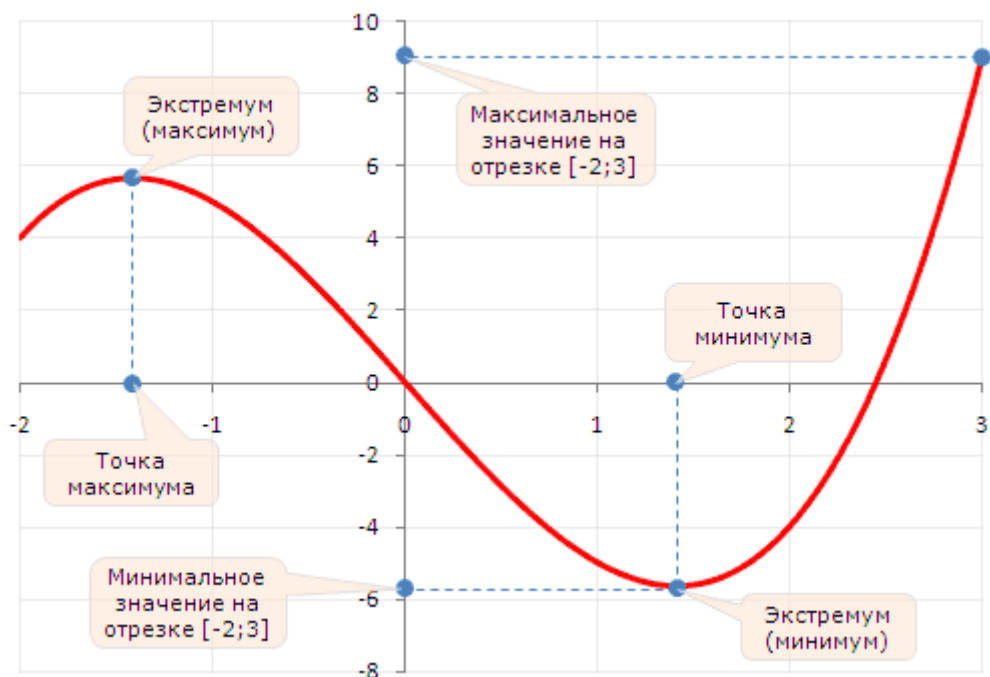
Ответ. На 20,2 рубля.



Практические рекомендации: задание В14

По смыслу похоже на **В8**, только исследовать функцию нужно не по графику, а по формуле, что чуть сложнее. Процедура стандартная — нужно взять производную, приравнять её к нулю и найти экстремумы. Если по условию дан отрезок, то тут же забыть про все точки экстремума, не попадающие в него.

- Если нужно определить просто точку минимума/максимума, то нам осталось только понять, какой из экстремумов (если их много) — минимум, а какой — максимум (просто проверяем, где производная больше нуля, а где меньше. Где она меняет знак с положительного на отрицательный, там максимум, и наоборот).
- Если же нужно найти наибольшее/наименьшее значение, то нужно найти значение функции в уже найденной точке (точках) экстремума и не забыть найти её значения на границах данного в условии отрезка. Из всего этого выбрать наибольшее/наименьшее.



1. Найдите наибольшее значение функции $y=12x-2\sin x+3$ на отрезке $[-\pi/2;0]$
задание b11 (3473)

Сначала нужно взять производную:

$12-2\cos(x)$ - она всегда больше нуля, а значит, функция $y(x)$ - строго возрастающая. А это значит, что на отрезке $[-\pi/2;0]$ она достигает максимального значения в правой границе этого отрезка, в точке 0.

$$y(0) = 12 \times 0 - 2 \times \sin(0) + 3 = 3$$

А вот если оказывается, что производная имеет нули на заданном отрезке, то нужно вычислять значения функции на обоих границах отрезка и в точке (или точках) экстремума, а потом брать наибольшее из получившихся.

2. Найти наибольшее значение на отрезке $(5\pi/4; 17\pi/12)$ функция $y=4\cos(x-\pi/12)$

Находим производную:

$$y'(x) = -4\sin(x-\pi/12)$$

$x-\pi/12$ лежит между $(14\pi/12$ и $16\pi/12)$, то есть $(7\pi/6$ и $4\pi/3)$. Это нижняя правая четверть единичной окружности, там везде синус отрицательный, а значит, наша производная строго положительна.

И исходная функция строго возрастает.

Вычисляешь ее значение в правой границе отрезка, получаешь ответ: $4 \times \cos(4\pi/3) = 4 \times (-1/2) = -2$.