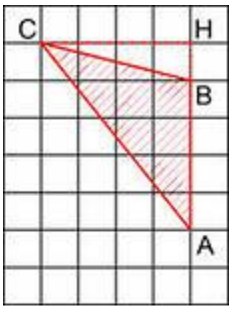
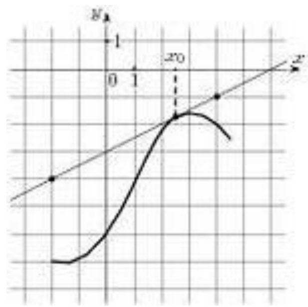
МОУ Ундоровский общеобразовательный лицей

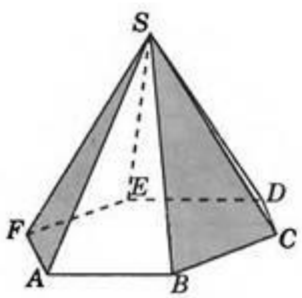
Решаем поле В по математике

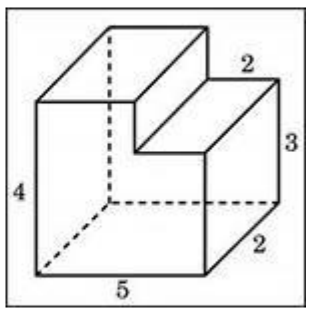
(практические рекомендации)

Учитель Борисова М.П.









2012 – 2013 год

Введение

Работа адресована учащимся выпускных классов средних общеобразовательных учреждений и учителям и предназначена для подготовки к ЕГЭ-2013 и будет полезна в течение всего учебного года (выпускной класс).

Материал, представленный в этой работе, предназначен для формирования устойчивых навыков в решении задач базового уровня. Не секрет, что большинство выпускников, даже получивших на ЕГЭ высокий балл, допускают по 2 — 3, а иногда и больше ошибок именно в части 1 предлагаемого теста, хотя большинство задач этой части решается устно. Это значит, что причина — в отсутствии упомянутых выше навыков. Вы разовьёте навыки безошибочного решения заданий этой части теста и сэкономите время для решения более сложных задач.

Работа состоит из 14 частей. Каждая часть включает в себя разбор решений типовых задач, подобных приведённым в открытом банке данных (из которых и должна состоять часть В единого государственного экзамена), а также содержит варианты для самостоятельного решения. Кроме того, представлены варианты обобщающих тренировочных тестов, которые включают в себя задания группы В1 – В14 и С1.

Предлагаемая работа адресована учащимся выпускных классов средних общеобразовательных учреждений и учителям.

Общие рекомендации

- **Очень внимательно читайте задание**. Это избавит от большинства глупых ошибок.
- Еще раз, ещё внимательнее прочитайте задание. Это избавит от большинства оставшихся глупых ошибок.
- Помните, что в ответе должно получиться целое число или конечная десятичная дробь. **Если в результате вычислений получилось что-то, что нельзя записать в виде конечной дроби** (3, 7, 11 или что-то в этом роде в знаменателе, или несократимое выражение с квадратными корнями или числом π), **то вы ошиблись**.
- Если в ответе получилось не целое число, но представимое в виде конечной десятичной дроби (например, одна четверть), то приведите её к этому виду (1/4 = 0.25), **но её ни в коем случае не надо сокращать до целых**.
- От вас не требуется приводить полное решение. Поэтому **угадывание ответа — тоже метод**, не хуже любого другого. Проверить правильность угаданного ответа часто гораздо проще, чем решить задание.
- **Проверяйте ваши решения каждого задания как минимум по одному, а лучше два раза.** Один раз — сразу после получения ответа, второй — в конце экзамена (оставьте для проверки как минимум полчаса).
- Проверьте ещё разок. **Самые глупые ошибки обычно самые незаметные.**
- Удачно пронесённый на экзамен калькулятор существенно сокращает время выполнения заданий и снижает вероятность ошибки в вычислениях. Тем более — особо навороченный, который умеет строить графики и решать уравнения.

Практические рекомендации: задание В1

Задание В1 считается достаточно легким, так как оно имеет практическую направленность. В Задании В1 ученик должен продемонстрировать применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Для этого он должен уметь правильно оценить поставленную задачу и безошибочно выполнить расчеты по формулам. Важно правильно интерпретировать полученный результат с учетом реальных жизненных ограничений. Для успешного решения Задания В1 ученик должен выполнить простые арифметические действия и оперировать целыми числами, использовать дроби, проценты, рациональные числа

Для успешного решения задач типа В1 необходимо:

•Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни .

•Анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах . **В процессе решения задания В1 Вы должны использовать навыки арифметических действий, уметь делить с остатком и на десятичную дробь, а также иметь представления о процентах.**

Повторить материал по темам:

Целые числа.

Дроби, проценты, рациональные числа.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений .

Надо помнить

1. Чаще всего в вопросе задачи спрашивается количество предметов, поэтому ответ должен быть выражен натуральным числом. **В ответах таких задач не может быть 0 и отрицательного числа.**

2. Многие задачи удобно решать с помощью свойств пропорции.$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$; $a = \frac{bc}{d}$/

В задачах на проценты необходимо помнить, что процент – сотая часть числа.

1% - 0,01=1/50 20% = 1/5

5% - 0,05 = 1/20 25% =1/4

10% - 0,1 = 1/10 50% = 1/2.

Образцы решения задач

1.Сырок стоит 6 рублей 70 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 50 рублей?

Решение:

На 50 рублей по 6.7 рубля можно купить 50 :6,7 = 7,5 сырков

Но сырки продаются только целиком, значит, мы можем купить только 7 сырков, и при этом у нас останется некоторое количество нерастраченных денег.

Ответ: 7

2.Флакон шампуня стоит 200 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 15%?

Решение:

Флакон шампуня по 200 рублей со скидкой 15% будет стоить 200(1 -0,15)=170 р

На 1000 рублей по 170 рублей можно будет купить 1000 : 170=5,8 флаконов шампуня

Следовательно, во время распродажи на 1000 рублей можно будет купить 5 флаконов шампуня, и при этом еще останется некоторое количество нерастраченных денег, которых уже не хватит на еще один новый шампунь.

Ответ: 5

3.Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 20%?

Решение:

После повышения цены ручки по 30 рублей на 20%, её новая цена составит

30·(1+0.2)=36 рублей

На 500 рублей по 36 рублей можно будет купить 500 : 36=13,8 ручки

Но ручки продаются только целиком, значит, на 500 рублей мы сможем купить 13 ручек, и при этом у нас еще останется некоторое количество денег, меньшее 36 рублей, на которое ручки уже не купишь.

Ответ:13

4.Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 8 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

Решение:

За весь курс лечения больному придется выпить $0.5\cdot3\cdot21=31.5$ грамм лекарства

В одной упаковке находится $8\cdot0.5=4$ грамма лекарства

С учетом того, что в одной упаковке 4 грамма лекарства, для того, чтобы выпить 31.5 грамм лекарства, больному потребуется 31.54=7.875 упаковок лекарства.

Но упаковки лекарства продаются только целиком, значит, больному придется купить 8 упаковок лекарства, при этом после окончания лечения у больного останется некоторое количество недопитых таблеток.

Ответ: 8 .

Практические рекомендации: задание B2

Задание B2 **ЕГЭ по математике** базового уровня на умение читать **графики** и диаграммы. Самые простые задания — определить что-нибудь по графику.

Для успешного решения задач типа В2 необходимо:

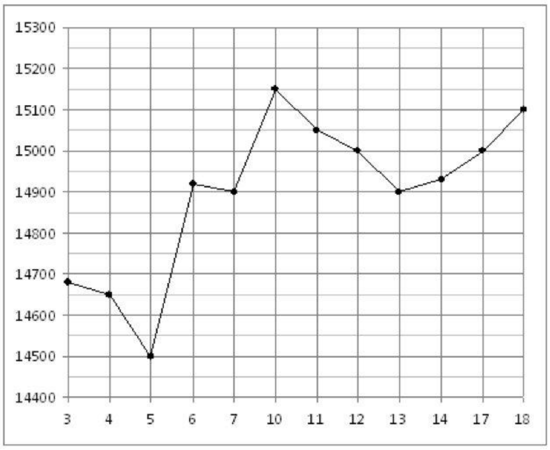
Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках .

Повторить материал по темам:

График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Образцы решения задач:

1.На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 3 по 18 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей за данный период.



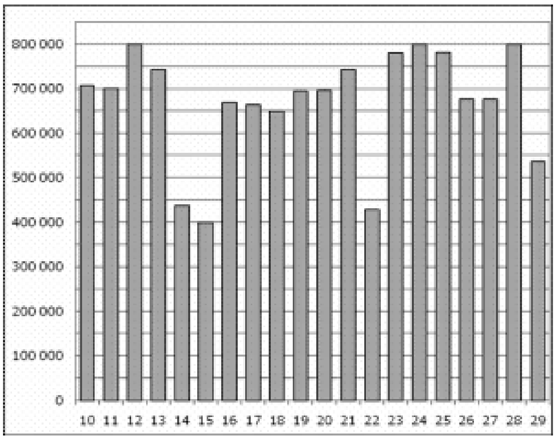
Обратим внимание на условие задачи: жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов. Нам нужно узнать, какого числа цена олова на момент закрытия торгов была наибольшей, поэтому мы ищем самую высокую точку графика и смотрим, какой точке на горизонтальной оси она соответствует: 10 сентября.

Ответ: 10 сентября.

2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период температура была ровно $21°C$.Ищем на вертикальной оси число 21, проводим горизонтальную линию на уровне 21 и смотрим, сколько раз она пересекает график температуры в жирных точках.

Ответ: 4 дня.

3.На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, каково наименьшее суточное количество посетителей сайта РИА Новости в период с 16 по 21 ноября.



Решение

Из диаграммы видно, что с 16 по 21 ноября наименьшее количество посетителей было 18 ноября: ровно 650000 человек.

Ответ: 650000

Основные ошибки.

указать вместо значения на горизонтальной оси значение по вертикальной и наоборот;

указать значение по всему графику, когда в задании сказано «с такого-то по такое-то число»;

неверно определить масштаб самый популярный ответ — «3», а правильный — «7», потому что на горизонтальной оси числа идут через одно)

Во-первых, давайте определимся, что ось абсцисс - это горизонтальная ось X, а ось ординат - вертикальная ось Y.

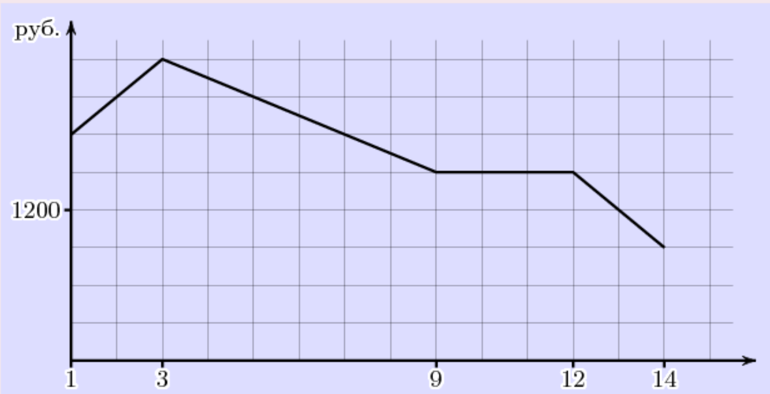
Во-вторых, при чтении задания будьте внимательны и четко определитесь, что откладывается на ось X, а что на ось ординат.

В-третьих, выберите из условия, по какой оси будете смотреть ответ.

Например, ось X - это время в часах, а ось Y - это количество осадков в миллиметрах. Если в условии надо найти в какое время выпало максимальное или минимальное или еще какое-нибудь количество осадков, то ответ будем смотреть на оси X, т.е. там где откладывается время. Если в условии сказано, что найти надо количество осадков в какой либо период времени, то ответ ищем на оси количества осадков, т.е. на оси Y.

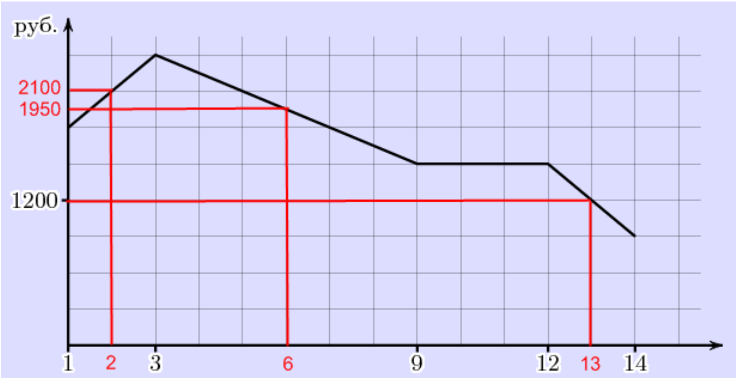
Разберем наиболее сложные их этих так сказать простых задач:

№2043 На графике, изображенном на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций газодобывающей компании в первые две недели ноября. 2 ноября бизнесмен приобрел 10 акций этой компании. Шесть из них он продал 6 ноября, а 13 ноября — остальные 4. Сколько рублей потерял бизнесмен в результате этих операций?



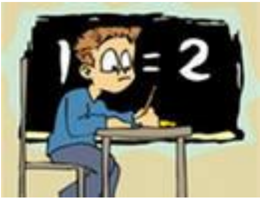
Решение:

Для начала определимся с осями и масштабом **графика**. Ось X - это временная шкала, одна клетка - один день ноября, ось Y - денежная шкала, одна клетка - 300 руб., т. к. на 4 клетки приходиться 1200 рублей, значит 1200/4=300 рублей.



2 ноября бизнесмен купил 10 акций по цене 2100 за акцию, значит он заплатил 21000. 6 ноября он продал 6 акций по цене 1950, и получил за это 6*1950=11700, затем 13 ноября продал еще 4 акции по цене 1200 руб. и получил за это 4*1200=4800. В итоге остался в минусе: 21000-11700-4800=4500.

Ответ: 4500.



Практические рекомендации: задание В3

Суть заданий В3сводится к нахождению площади нарисованной фигуры. В этом задании существует несколько способов решения.

Для успешного решения задач типа В3 необходимо:

Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
Моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры; решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
Повторить материал по темам:

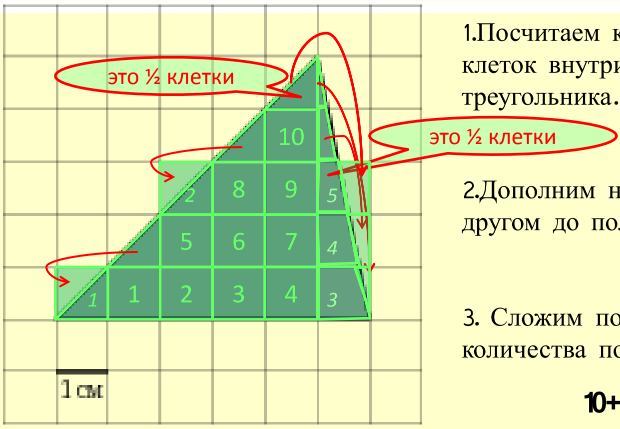
- Планиметрия
- Треугольник
- Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат
- Трапеция
- Окружность и круг
- Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

Рассмотрим несколько способов решения таких задач.

№ 5115

1 способ

« Считаем по клеткам»



1.Посчитаем количество полных клеток внутри данного треугольника.

10

2.Дополним неполные клетки друг другом до полных клеток.

5

3. Сложим полученные количества полных клеток:

10+5=15

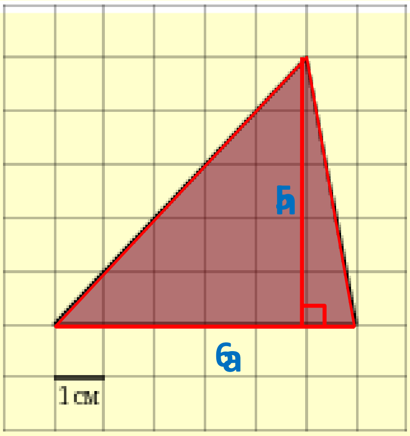
Ответ: 15

Назад

№ 5115

2 способ

«Формула площади фигуры»



Площадь искомого треугольника найдем по формуле:

$S_{тр}=(a\cdot h)/2$,

где a – основание треугольника,

h – высота, проведенная к этому основанию.

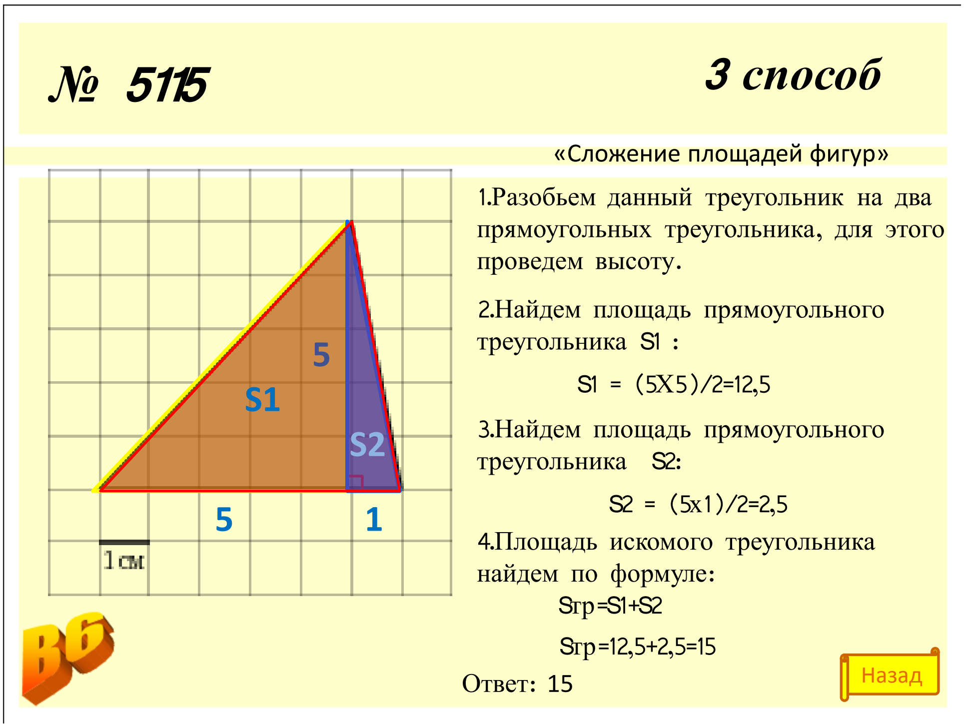
a=6, h=5

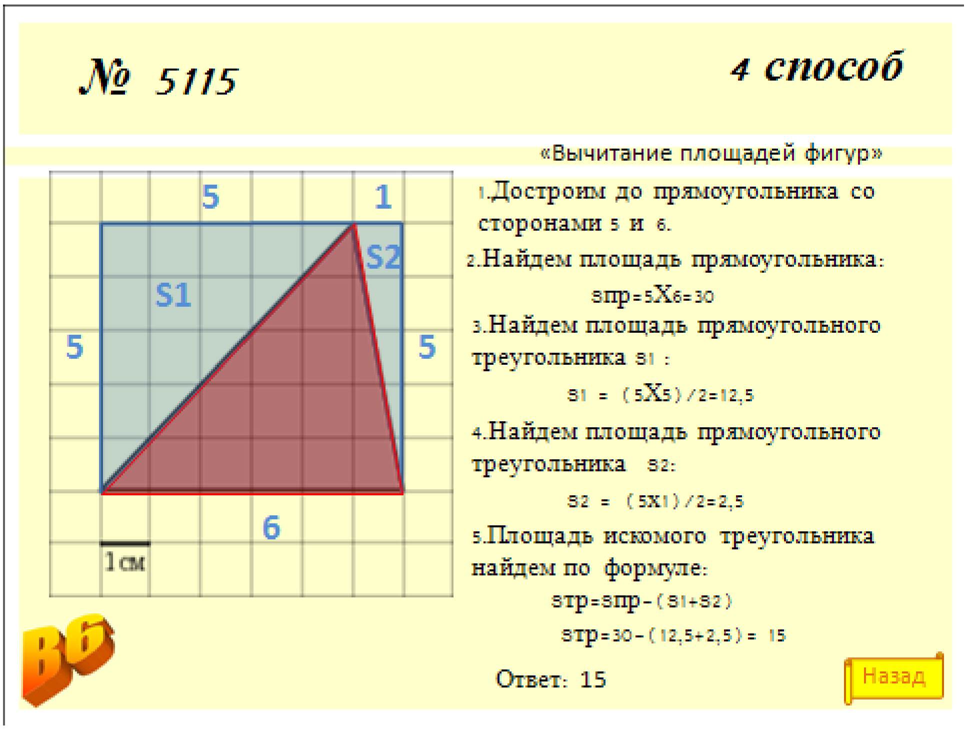
Получаем

$S_{тр}=(6\cdot 5)/2=15$

Ответ: 15

Назад

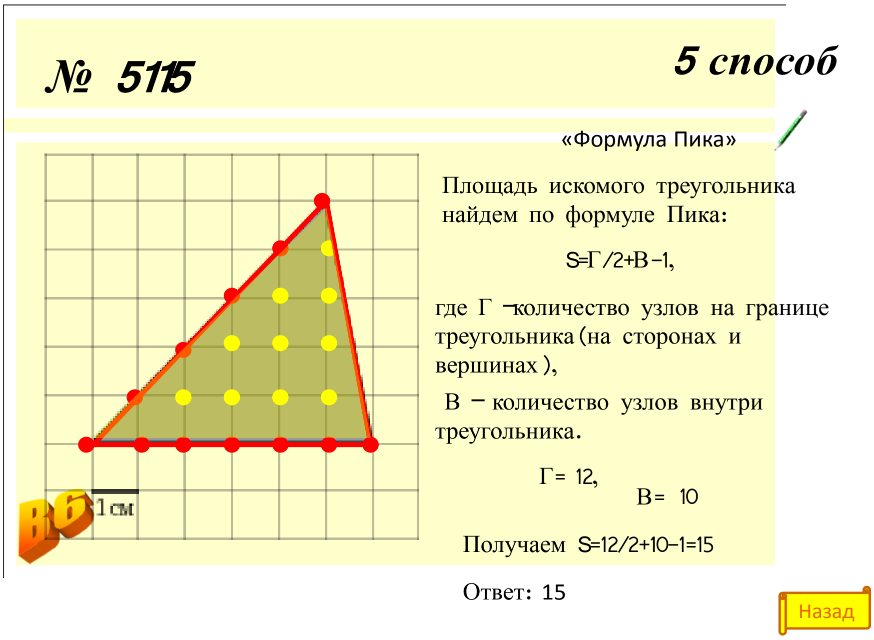




Формула Пика

Для любого простого многоугольника P на целочисленной решетке имеет место формула $P = N_i + Ne/2 - 1$

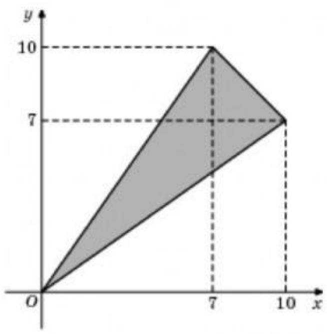
Где Ni- число узлов решетки, расположенных строго внутри многоугольника, а Ne - число узлов решетки, расположенных на его границе



Еще одно геометрическое задание базового уровня сложности. В **ЕГЭ по математике** могут встретиться не только задания на нахождение площади фигур, но также и типичные задания темы векторов и окружностей.

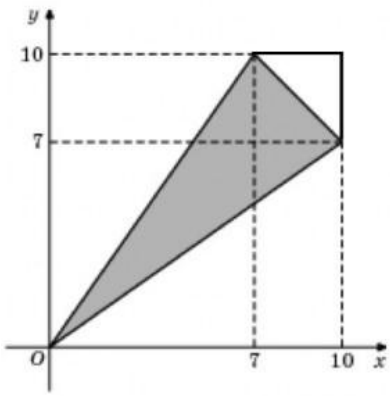
Образцы решения задач.

1.Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (0;0), (10;7), (7;10):

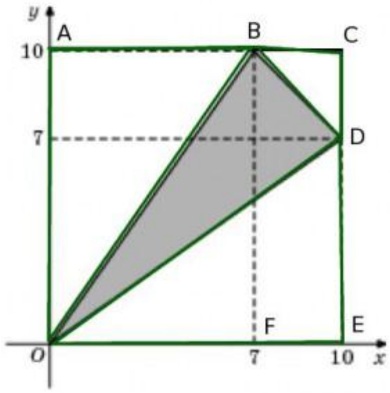


Решение.

Для простоты решения, заключим этот треугольник в прямоугольник:



Чтобы найти площадь заштрихованного треугольника, нужно из площади прямоугольника АСЕО вычесть площади прямоугольных треугольников ΔABO, ΔBCD, ΔDEO:



Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов:

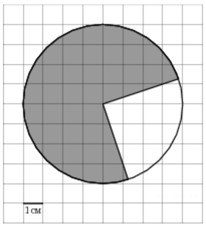
$S_{\Delta ABO} = \frac{10 \times 7}{2} = 35$; $S_{\Delta BCD} = \frac{3 \times 3}{2} = 4,5$; $S_{\Delta DEO} = \frac{10 \times 7}{2} = 35$

Прямоугольник АСЕО – квадрат со стороной 10, и его площадь равна $10^2 = 100$

Итак, $S_{\Delta OBD} = 100 - 35 - 4,5 - 35 = 25,5$

Ответ: 25,5.

Еще одно геометрическое задание базового уровня сложности. В **ЕГЭ по математике** могут встретиться не только задания на нахождение площади фигур, но также и типичные задания темы окружностей. Разберем ряд задач на тему **«Окружность»**



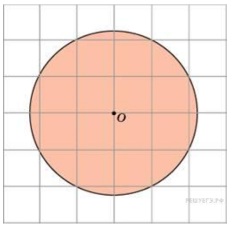
1. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см $\times$1 см изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах. В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.

Решение

Площадь фигуры равна трем четвертым площади круга, радиус которого равен 4см. Поэтому

$$S = \frac{3}{4}\pi R^2 = \frac{3}{4}\pi \cdot 4^2 = 12\pi$$

Ответ:12



2. Найдите площадь S круга, считая стороны квадратных клеток равными11.

. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$.

Решение

Площадь круга определяется формулой $S=\pi R^2$. Радиус окружности определяется из прямоугольного треугольника с катетами 2 и 1, тогда $R=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$. Поэтому

$S=\pi R^2=\pi\cdot 5$.

Ответ:5

Практические рекомендации: задание В4

Для успешного решения задач типа В4 необходимо:

Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

Извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках

Решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера

Повторить материал по темам:

Преобразования выражений, включающих арифметические операции

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.

Интерпретация результата, учет реальных ограничений

Табличное и графическое представление данных

Необходимо выбрать из двух-трех предложенных вариантов самый дешевый (или быстрый). Это простая задача на сложение и умножение, главное — внимательно читать условие, ничего не забыть и не ошибиться в вычислениях.

Ошибки:

▪посчитать только один вариант и забить на все прочие (?!);
▪неправильно перевести минуты в часы (для задач, где нужно куда-нибудь добраться на разных видах транспорта);
▪забыть про дополнительные условия (после такой-то суммы доставка бесплатно и т.д.)

Образцы решения задач.

1.. Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяженностью 500 км. В таблице приведены характеристики трех автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешевый вариант?
Цена дизельного топлива — 19 рублей за литр, бензина — 22 рублей за литр, газа — 14 рублей за литр.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л. на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	Дизельное	7	3700
Б	Бензин	10	3200
В	Газ	14	3200

Решение

Очевидно, надо посчитать расход топлива для каждого автомобиля и прибавить стоимость аренды.Для автомобиля А получим: $7 \cdot 5 \cdot 19 + 3700 = 4365$ рублей,
Для автомобиля Б: $10 \cdot 5 \cdot 22 + 3200 = 4300$ рублей,
и для автомобиля В: $14 \cdot 5 \cdot 14 + 3200 = 4180$ рублей.
Ответ: 4180.

2.При строительстве сельского дома можно использовать один из двух типов фундамента: каменный или бетонный. Для каменного фундамента необходимо 9 тонн природного камня и 9 мешков цемента. Для бетонного фундамента необходимо 7 тонн щебня и 50 мешков цемента. Тонна камня стоит 1 600 рублей, щебень стоит 780 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал для фундамента, если выбрать наиболее дешевый вариант?

Решение.

Рассмотрим два варианта.

Стоимость каменного фундамента складывается из стоимости камня $9 \cdot 1600 = 14\,400$ руб., атакже стоимости цемента $9 \cdot 230 = 2070$ руб. и составляет $2070 + 14\,400 = 16\,470$ руб.

Стоимость бетонного фундамента складывается из стоимости цемента $50 \cdot 230 = 11\,500$ руб., а также стоимости щебня $7 \cdot 780 = 5460$ руб. и составляет $5460 + 11\,500 = 16\,960$ руб. Стоимость самого дешевого варианта составляет 16 470 рублей.

Ответ: 16 470.

3**.** Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «500»	550 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	700 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 600 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?

Решение.
Рассмотрим все варианты.
По Плану «0» пользователь потратит 2,5 · 600 = 1500 руб. в месяц за 600 Мб трафика.
По плану «500» он потратит 550 руб. абонентской платы за 500 Мб и 2 · 100 = 200 руб. сверх того. Поэтому полная плата в месяц составит 550 + 200 = 750 руб.
По плану «800» пользователь потратит в месяц за 600 Мб трафика 700 руб.
Наиболее выгодный вариант составляет 700 руб.

Ответ: 700.

Практические рекомендации: задние В5

Задание В5 **ЕГЭ по математике** базового уровня на умение решать уравнения. Чаще всего здесь предлагают уравнения: **показательные уравнения**, **логарифмические, иррациональные уравнения. В ответе** всегда должно получаться число, которое можно записать в виде **конечной десятичной дроби**. Чаще встречаются логарифмические и показательные уравнения, но могут также быть тригонометрические и квадратные. Внимательнее будьте с ответами. В тригонометрических уравнениях часто получаются результаты, представляющие из себя дроби, содержащие число π. Помните, что ответ - это конечная десятичная дробь, иначе - ответ не верный. **Типичные ошибки ЕГЭ:**

1.Решая уравнения, в которых получается больше одного корня, выбрать неправильный ответ, будьте внимательней: в вопросе всегда указывается какое значение требуется найти.

2.Знать, как решать, начать решать, но на радостях не дорешать, например, в уравнении $\log_2(2x-8) = 2$, написать в ответе 4, даже не вспомнив, что искать надо x.

3. И помните - ноль не относится ни к отрицательным, ни к положительным числам: только в случаях, если сказано не менее нуля означает больше или равно нулю и не более нуля - значит меньше или равно нулю.

Начнем с показательных уравнений.

Во-первых, давайте определимся:

1. **если мы возводим в положительную степень:**

- **целое число, то в результате получим целое число**
- **дробное число, то в результате получим дробное число**

2. если мы возводим в отрицательную степень:

- **целое число, то в результате получим дробное число**
- **дробное число, то в результате получим целое число:**

При решении **показательных уравнений**, Ваша задача добиться того, чтобы **основания левой и правой части стали одинаковы**.

Теперь разберем логарифмические уравнения:

Результат логарифма - это число, представляющее из себя степень в которую возводят основание логарифма и получают логарифмическую часть:

$\mathbf{5^2 = 25;}$ $\mathbf{\log_5 25 = 2}$

Принцип решения логарифмических уравнений такой же как и при решении показательных уравнений: необходимо добиться того, чтобы основания логарифмов в левой и правой частях уравнений были одинаковы. в этом случае можно будет приравнять друг к другу логарифмические части.В случае, если в правой части уравнения стоит число, то Ваша задача привести это число к логарифму. Любое число можно представить через логарифм с нужным для Вас основанием.

Кроме логарифмических **уравнений** встречаются еще и **иррациональные уравнения.** Для решения **иррациональных уравнений необходимо возвести в квадрат обе части уравнения, чтобы избавиться от корня.**

Давайте рассмотрим примеры.

1.Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$

Решение.
Перейдем к одному основанию степени:

$$2^{4-2x} = 64 \Leftrightarrow 2^{4-2x} = 2^6 \Leftrightarrow 4 - 2x = 6 \Leftrightarrow x = -1.$$

Ответ: −1.

2.Найдите корень уравнения $16^{x-9} = \frac{1}{2}$

Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$16^{x-9} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{4(x-9)} = 2^{-1} \Leftrightarrow 4x - 36 = -1 \Leftrightarrow x = \frac{35}{4} \Leftrightarrow x = 8,75.$$

Ответ: 8,75

3.Найдите корень уравнения $\log_2(4\text{-}x) = 7$

Решение.

Последовательно получаем: $\log_2(4\text{-}x) = 7$; $4\text{-}x = 2^7$; $4\text{-}x = 128$; $x = -124$

Ответ: −124.

4 . Найдите корень уравнения $\log_5 (5\text{-}x) = \log_5 3$

Решение.

$5 - x = 3$; $x = 2$.

Ответ: −124.

5.Найдите корень уравнения: $\sqrt{15 - 2x}$ =3

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{15 - 2x} = 3 \Leftrightarrow 15 - 2x = 9 \Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow x = 3.$$

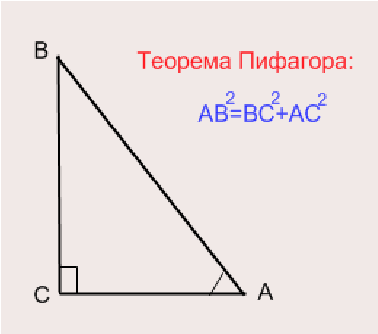
Ответ: 3.

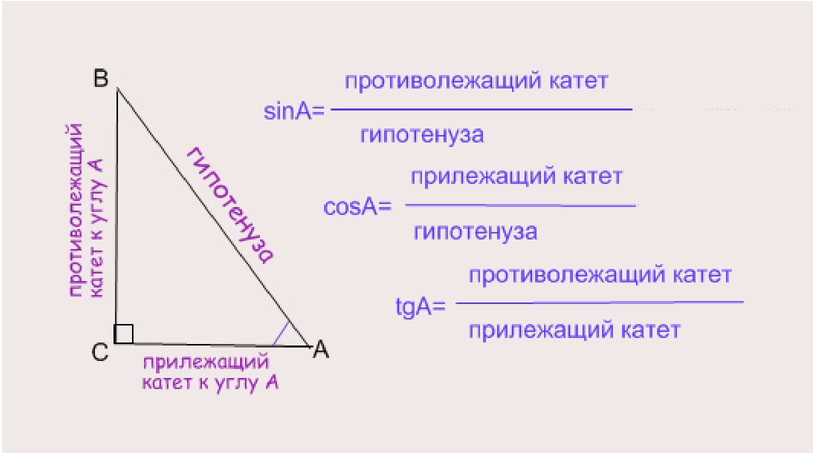
Практические рекомендации: задание В6

Геометрическое задание В6 ЕГЭ по математике базового уровня. Оно проверяет умение решать планиметрическую задачу на нахождение геометрической величины (длины). Чтобы успешно её решить, у учащихся должен быть отработан аппарат стандартных вычислений, определения тригонометрических функций угла, теорема Пифагора. Несмотря на то, что эта задача вычислительного характера, для её решения важно владение теоретическим материалом. От учащихся и не требуется умение грамотно записывать решение и приводить обоснования, но необходимо владеть знаниями на уровне применения этих свойств, проводить вычисления**.**

Начнем с прямоугольного треугольника, ведь основная масса заданий связанна именно с ним. А значит надо знать **теорему Пифагора**, тригонометрические функции, тригонометрические тождества. Уметь составлять пропорцию. **Тут важно знать табличные значения триго-**

<u>нометрических функций</u> и не путать их (синус, косинус, тангенс и котангенс) между собой. Очень часто, если решаешь неправильно, получаешь ответ с корнями. Сразу понятно, что он неправильный.





<u>Рассмотрим примеры решения задач</u>

1.В треугольнике ABCугол Cравен 90°, $AB = 5$, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AC.

Решение.

$$AC = AB \cdot \cos A = AB\sqrt{1 - \sin^2 A} = 5\sqrt{1 - \frac{49}{625}} = 5 \cdot \frac{24}{25} = 4,8.$$

Ответ: 4,8.

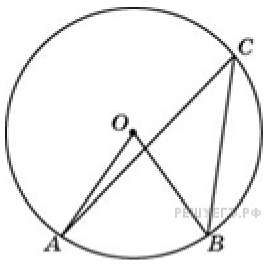
2.В треугольнике ABCугол Aравен 40°, внешний угол при вершине Bравен 102°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.

Решение.

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 40^\circ - (180^\circ - 102^\circ) = 62^\circ.$$

Ответ: 62.

Центральный угол на 36°больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности, значит

$$\angle ACB + 36^\circ = 2\angle ACB \Leftrightarrow \angle ACB = 36^\circ.$$

Ответ: 36.

Практические рекомендации: задание В7

Для успешного решения задач типа В7 необходимо:

- Уметь выполнять вычисления и преобразования
- Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма
- Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
- Проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции

Для решения задания В7 нужно уметь выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений и вычислить их значение. При упрощении логарифмических выражений, надо, прежде всего, опираться на определение логарифма и его свойства.

Напомню несколько **предварительных действий**, которые сильно облегчают жизнь и помогают найти решение в ситуации, когда не знаешь с чего начать.

1. Постараться привести все логарифмы к одному основанию с помощью формулы **перехода к новому основанию** или **вынеся степень за знак логарифма** в виде коэффициента.

2. Разложить числа, стоящие под знаком логарифма на множители.

3. Десятичные дроби записать в виде обыкновенных дробей.

4. Смешанные числа записать в виде неправильных дробей.

Приступаем к **заданию В7**. Сегодня разберем логарифмы и их свойства. Задание части В не очень сложные, достаточно знать **свойства логарифмов** и уметь применять их.

Итак, **свойство1:**

$$\log_a \boxed{b} + \log_a \boxed{c} = \log_a \boxed{bc}$$

Свойство 2:

$$\log_a \boxed{b} - \log_a \boxed{c} = \log_a \boxed{b/c}$$

Свойство 3:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Свойство 4:

$$\log_a b^{\boxed{r}} = \boxed{r} \cdot \log_a b$$

Свойство 5:

Свойство 6

$$\log_{\boxed{a}} \boxed{b} = \frac{\log_{c} \boxed{b}}{\log_{c} \boxed{a}}$$

$$\boxed{a}^{\log_{\boxed{a}} b} = b$$

Рассмотрим несколько примеров.

1.Найдите значение выражения $(\log_2 16)\cdot(\log_6 36)$

$$\left(\log_2 16\right)\left(\log_6 36\right)=\left(\log_2 2^4\right)\left(\log_6 6^2\right)=\left(4\log_2 2\right)\left(2\log_6 6\right)=4\times 2=8$$

Ответ:8

2.Найдите значение выражения $\log_{0,25} 2$

Запишем число 0,25 в виде обыкновенной дроби:

$$\log_{0,25} 2=\log_{\frac{1}{4}} 2=\log_{2^{-2}} 2=-\frac{1}{2}\log_2 2=-0,5$$

Ответ: -0,5

3.Найдите значение выражения $\log_5 60-\log_5 12$

$$\log_5 60-\log_5 12=\log_5 \frac{60}{12}=\log_5 5=1$$ **Ответ: 1.**

При **упрощении выражений, содержащих корни и степени**, прежде чем воспользоваться свойствами степени, полезно совершить такие предварительные действия:

1. Записать корни в виде степени. Для этого нужно воспользоваться следующим свойством:

$$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$$

2. Десятичную дробь записать в виде обыкновенной.

Например: $0,25=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$

3. Смешанные числа записать в виде неправильных дробей.

Например: $1\frac{9}{16}=\frac{1\times 9+16}{16}=\frac{25}{16}$

4. Разложить основания степеней на простые множители. Или, по крайней мере, разложить на множители так, чтобы количество различных оснований было минимальным.

1.Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{7}\sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$

Решение.

Запишем корни в виде степени и воспользуемся свойствами степеней с одинаковым основанием:

$$\frac{\sqrt[9]{7}\sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}=\frac{7^{\frac{1}{9}}7^{\frac{1}{18}}}{7^{\frac{1}{6}}}=7^{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}-\frac{1}{6}}=7^{\frac{2+1-3}{18}}=7^{0}=1$$

Ответ: 1.

2.Найдите значение выражения $0,8^{\frac{1}{7}}\cdot 5^{\frac{2}{7}}\cdot 20^{\frac{6}{7}}$

Решение.

Представим число 0,8 в виде обыкновенной дроби, разложим число 20 на множители и воспользуемся свойствами степеней:

$$0,8^{\frac{1}{7}}\times 5^{\frac{2}{7}}\times 20^{\frac{6}{7}}=\left(\frac{8}{10}\right)^{\frac{1}{7}}\times 5^{\frac{2}{7}}\times(4\times 5)^{\frac{6}{7}}=\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{7}}\times 5^{\frac{2}{7}}\times(4\times 5)^{\frac{6}{7}}=$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{7}}\times 5^{\frac{2}{7}}\times 4^{\frac{6}{7}}\times 5^{\frac{6}{7}}=4^{\frac{1}{7}+\frac{6}{7}}5^{-\frac{1}{7}+\frac{2}{7}+\frac{6}{7}}=4\times 5=20$$

Ответ: 20.

Практические рекомендации: задание B8

Обычно в задании B8 нужно по графику определить в какой точке сама функция принимает наибольшее или наименьшее значение , либо иногда по графику самой функции определить когда производная принимает положительное или отрицательное значение, промежутки возрастания/убывания или точки экстремума функции.

Для этого нужно несколько фактов о связи производной функции с самой функцией.

Производная больше 0 тогда и только тогда, когда функция возрастает.

Производная меньше 0 тогда и только тогда, когда функция убывает.

Если изображен график производной и требуется найти наибольшее значение функции, нужно взять точку, в которой производная больше 0, следует записать в ответ самую правую точку. Если производная во всех точках отрицательна, то следует взять самую левую точку.

Если изображен график производной и требуется найти наименьшее значение функции, нужно взять точку, в которой производная меньше 0.Следует записать в ответ самую правую точку. Если производная во всех точках положительна, то следует взять самую левую точку.

Если дан график функции и требуется определить количество точек , в которых производная положительна, то нужно посчитать количество точек, в которых функция возрастает.

Если дан график функции и требуется определить количество точек , в которых производная отрицательна, то нужно посчитать количество точек, в которых функция убывает.

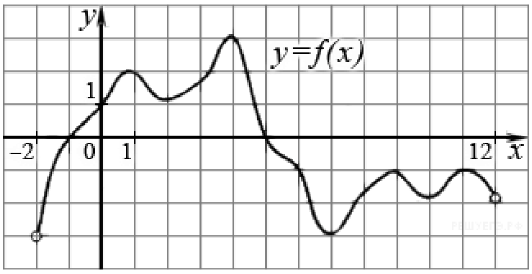
Ошибки:

перепутать график производной функции с графиком самой функции (вот, например, изображен график производной, то есть точка минимума — 4, и минимального значения функция достигает в этой точке, а не в точке 2);

по графику производной перепутать точки максимума (график производной пересекает ось абсцисс сверху вниз) и минимума (соответственно, снизу вверх).

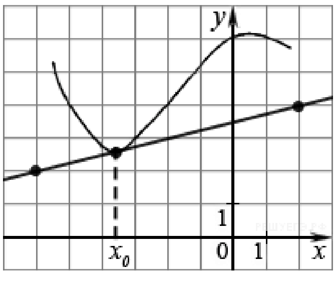
Образцы решения задач.

1.На рисунке изображен график функции *y=f(x)*, определенной на интервале (−2; 12). Найдите сумму точек экстремума функции *f(x)*.



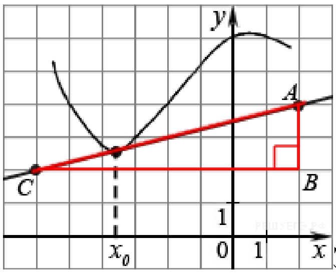
Решение.
Заданная функция имеет максимумы в точках 1, 4, 9, 11 и минимумы в точках 2, 7, 10. Поэтому сумма точек экстремума равна 1 + 4 + 9 + 11 + 2 + 7 + 10 = 44.

Ответ: 44.



2.На рисунке изображён график функции *y=f(x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке x_0.

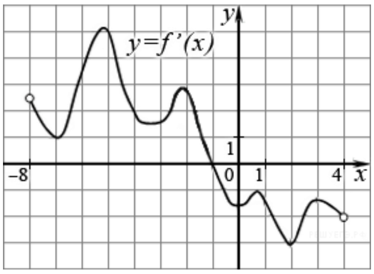
Решение.



Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках A (2; 4), B (2; 2), C (−6; 2). Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу ACB. Поэтому

$$y'(x_0) = \operatorname{tg}\angle ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{4-2}{2+6} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.



3.На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ $f(x)$принимает наименьшее значение.

Решение.

На заданном отрезке производная функции положительна, поэтому функция на этом отрезке возрастает. Поэтому наименьшее значение функции достигается на левой границе отрезка, т. е. в точке -7.

Ответ: −7.

Практические рекомендации: задание В9

В9 - задача по стереометрии. Найти площадь поверхности или объем какого-нибудь тела (куба, пирамиды, призмы цилиндра, конуса). Главное — помнить формулы для объема и площади поверхности этих тел.

Для успешного решения задач типа В9 необходимо:

Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами

Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы

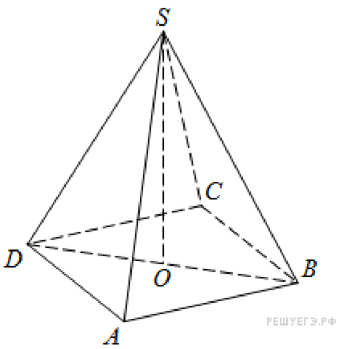
- ✓ Объем любой «обычной» фигуры $V = S_{осн} \cdot H$;
- ✓ Объем любой усеченной фигуры $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$, то есть в 3 раза меньше при прочих равных условиях (то есть при тех же $S_{осн}$ и H);
- ✓ Площадь круга $S = \pi r^2$;
- ✓ Длина окружности $C = 2\pi r$;
- ✓ Теорема Пифагора (обсуждалась ранее в задании В4);
- ✓ Объем шара $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, а также формулы площадей квадрата, прямоугольника и треугольника, которые даже в книжке для «чайников» я перечислять не буду.

Ошибки:

Ошибки: забыть по одно-два измерения (их у объемных тел три). Вот, скажем, задача про конус: высоту пополам — это понятно. Но и радиус основания тоже в два раза меньше, а он в формуле для объема (**$\pi R^2 h/3$**) — в квадрате. Значит, пополам, пополам, и еще раз пополам. То есть делить надо на 8;

найти объем, когда просят **найти площадь поверхности**, и наоборот.

1.В правильный четырехугольной пирамиде $SABCD$точка O– центр основания, S– вершина,



SO=15, BD=16. Найдите боковое ребро SA. Р

Решение.
в правильной пирамиде вершина проецируется в центр основания, следовательно SOявляется высотой пирамиды. тогда по теореме Пифагора

$$SA = SB = \sqrt{SO^2 + BO^2} = \sqrt{SO^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2} = \sqrt{225 + 64} = 17.$$

Ответ: 17.

2.В прямоугольном параллелепипеде два ребра выходящие из одной и той же вершины равны 2 и 8.Площадь поверхности параллелепипеда равна 132.Найдите третье ребро выходящее из той же вершины.

Решение

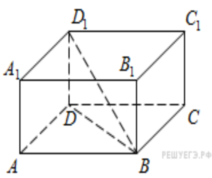
Если a, b, c - стороны параллелепипеда, то площадь его поверхности равна 2ab + 2ac + 2bc

$2\times2\times8 + 2\times2\times c + 2\times8\times c = 132$; $32 + 20\times c = 132$; $c = 5$

Ответ:5

3.В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$известно, что $BD_1 = 3$, $CD = 2$, $AD = 2$. Найдите длину ребра AA_1.

Решение.

Найдем диагональ 

BDпрямоугольника $ABCD$по теореме Пифагора:

$$BD = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{8}.$$

Рассмотрим прямоугольный треугольник DD_1B. По теореме Пифагора

$$AA_1 = DD_1 = \sqrt{BD_1{}^2 - BD^2} = \sqrt{9-8} = 1$$

Ответ 61

ча

Практические рекомендации: задание В10

Новое задание в структуре ЕГЭ 2012. Задана теорию вероятности и статистку. Задачи простые. Для решения достаточно владеть начальными понятиями, такими как случайные (или возможные события). Вероятность события А принято обозначать Р(А). Вероятность события А определим как отношение случаев, благоприятствующих этому событию, к числу всех рассматриваемых случаев. Формула для объединения событий А и В:
Р(А U В)= Р(А) + Р(В) - Р(АВ), где АВ - произведение (пересечение событий).

Что же такое **вероятность события**?Для того, чтобы найти **вероятность события** необходимо найти отношение количества благоприятных исходов (случаев) к количеству всех исходов (случаев).

Вероятностью события А называется отношение числа благоприятных для этого события исходов к числу всех равновозможных исходов.

Схема решения задач:

1. Определить, в чем состоит случайный эксперимент и **какие у него элементарные события**. Убедиться, что они равновероятны.
2. Найти **общее число элементарных событий (N)**
3. Определить, какие элементарные события **благоприятствуют событию А**, и **найти их число N(A).**
4. Найти вероятность события А по формуле **Р(А)** $= \frac{N(A)}{N}$
5. **Очевидно, что вероятность не может быть больше единицы**.

Образцы решения задач.

1. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 9 спортсменов из Дании, 3 спортсмена из Швеции, 8 спортсменов из Норвегии и 5 — из Финляндии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Финляндии.

Решение. Всего участвует 9+3+8+5=25 спортсменов. А т.к. финнов 5 человек, то вероятность того, что на последнем месте будет спортсмен из Финляндии 5/25 = 1/5=**0,2**

Ответ:0,2

2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет все три раза.

Решение.

Количество различных вариантов типа орел, решка, решка будет 2*2*2 = 8

Благоприятный вариант 1.   Вероятность равна 1/8 = **0,125;**   172 / 180 = 0,955...≈ **0,96**

Ответ: 0,96

3.Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпадет нечетное число очков?

Решение:

Игральная кость содержит 6 граней с очками: 1, 2, 3, 4, 5, 6, где 1, 3, 5 - нечетные числа, а 2, 4, 6 - четные числа. С равной вероятностью при броске может выпасть любое из этих чисел. Всего чисел 6, значит количество всех возможных исходов равно 6. По условию задачи нас интересуют нечетные числа, их всего 3, значит количество благоприятных исходов (выпадение нечетных чисел) равно 3. Значит, **вероятность события**, что выпадет нечетное число очков равно 3 к 6 или 3/6=1/2=0,5.

Ответ: 0,5

Практические рекомендации: задание В11

Для успешного решения таких задач необходимо

- Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами
- Решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы

Почти все задачи B11 в настоящем ЕГЭ по математике решаются элементарно. Иногда — вообще устно. Есть, конечно, и такие, где приходится работать «напролом» и много считать. Для них разработаны специальные приемы из высшей математики. Ближе к настоящему ЕГЭ мы рассмотрим их все.

Часто в задачах B11 дается многогранник и его объем. Затем многогранник растягивается или сжимается по разным направлениям. В результате получается новый многогранник, объем которого и требуется найти. Многогранник рассматривается в *трехмерном пространстве*. И все изменения происходят по одной из трех осей.

А сейчас — основная теорема: Пусть дан объем исходного многогранника $V_{старый}$. Пусть также известны числа a, b и c — коэффициенты растяжения для осей OX, OY и OZ соответственно. Тогда объем нового многогранника $V_{новый}$ рассчитывается по формуле: $\mathbf{V_{новый} = V_{старый} \cdot a \cdot b \cdot c}$. Если по какой-то оси производится *сжатие* многогранника, а не растяжение, то вместо умножения просто пишется *деление*. В частности, если все стороны многогранника изменились в одинаковое число раз (пусть это будет n), новый объем считается так: $\mathbf{V_{новый} = V_{старый} \cdot n^3}$

Вот так все просто. Единственная загвоздка — определить, по какой оси и во сколько раз происходит растяжение или сжатие. Но это вопрос тренировки.

1.Параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ имеет объем 35 см^3. Ребро AB увеличили в 2 раза, ребро AC — в 5 раз, а ребро AA_1 уменьшили в 7 раз. Найдите объем нового параллелепипеда.

Решение

Только не надо чертить параллелепипед! Эта задача словно создана для решения описанным выше методом. Имеем:

1. **$V_{старый} = 35$;**
2. **Ось OX: растяжение в 2 раза ⇒ a = 2;**
3. **Ось OY: растяжение в 5 раз ⇒ b = 5;**
4. **Ось OZ: сжатие в 7 раз ⇒ c = 1/7.**

Рассчитываем объем нового параллелепипеда:

$V_{новый} = V_{старый} \cdot a \cdot b \cdot c = 35 \cdot 2 \cdot 5 : 7 = 50$ **Ответ:50**

Чтобы найти площадь многогранника после растягивания или сжатия, используйте следующую теорему:

Теорема: Когда все стороны многогранника увеличить в n раз, его *площадь увеличится* в n^2 раз: $\mathbf{S_{новая} = S_{старая} \cdot n^2}$. Аналогично, если все стороны сжать в n раз, площадь уменьшится в n^2 раз.

2.Во сколько раз увеличится площадь поверхности правильной пирамиды, если все ее стороны увеличить в 7 раз?

Подставляем n = 7 в формулу площади: $S_{новая} = S_{старая} \cdot 7^2 \Rightarrow S_{новая} = 49 \cdot S_{старая}$

Итак, площадь увеличится в 49 раз — это и есть ответ. **Ответ: 49**

Практические рекомендации: задание B12

Рассмотрим **общие подходы**, позволяющие решать задачи из **Задания В12**. Задача как бы по физике, выглядит вроде бы страшно. Но все формулы даны, и остается только решить уравнение, максимум квадратное. Тут нам опять очень помогает то, что в ответе должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Как правило, неправильное решение приводит к чему-нибудь с корнями.

Рекомендуется решать их в таком порядке.

1. Внимательно читаем задачу, и, не обращая внимание на подробности в виде формул и констант, стараемся представить, о чем в задаче идет речь.

2. Читаем вопрос, смотрим, о какой величине спрашивается в задаче, и что именно нам нужно о ней узнать.

3. Записываем вопрос задачи в виде уравнения или неравенства, в левой части которого стоит указанная величина.

4. Ищем в условии задачи, какой формулой эта величина выражается.

5. Подставляем в эту формулу указанные в условии константы.

6. Решаем получившееся уравнение или неравенство.

7. Прежде чем записать ответ, еще раз читаем вопрос, и проверяем, то ли мы нашли.

8. Чтобы преодолеть трудности, весьма полезно помнить следующее: все эти задания сводятся к решению квадратных уравнений. Значит из условия нужно собрать выражение вида $ax^2 +bx + c=0$ или $ax^2 +bx + c\leq 0$. Это и есть «маяк», на который надо ориентироваться

9. Многие задачи, особенно физические, содержат величины, которые не могут быть отрицательными. Это необходимо учитывать при анализе полученных результатов и отбрасывать непригодные.

Решим несколько задач.

1.Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1– температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2– температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

Решение

Задача сводится к решению неравенства $\eta \geq 15$при известном значении температуры холодильника $T_2 = 340$ К:

$$\eta \geq 15 \Leftrightarrow \frac{T_1 - 340}{T_1} \cdot 100 \geq 15 \Leftrightarrow 100T_1 - 34000 \geq 15T_1 \Leftrightarrow T_1 \geq 400 \text{ К.}$$

Ответ: 400.

2.В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0– начальная масса изотопа, t(мин) – прошедшее от начального момента время, T – период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$мг изотопа Z, период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

Решение

Задача сводится к решению неравенства $m(t) \geq 5$при заданных значениях параметров $m_0 = 40$мг и $T = 10$мин:

$$m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \geq 5 \Leftrightarrow 40 \cdot 2^{-\frac{t}{10}} \geq 5 \Leftrightarrow 2^{-\frac{t}{10}} \geq \frac{1}{8} \Leftrightarrow -\frac{t}{10} \geq -3 \Leftrightarrow t \leq 30$$ мин.

Ответ: 30.

3.Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной lкм с постоянным ускорением aкм/ч ^{2}, вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч^2.

Решение

Найдём, при каком ускорении гонщик достигнет требуемой скорости, проехав один километр. Задача сводится к решению уравнения $\sqrt{2la} = 100$при известном значении длины пути $l = 1$км:

$$\sqrt{2la} = 100 \Leftrightarrow \sqrt{2a} = 100 \Leftrightarrow 2a = 10000 \Leftrightarrow a = 5000$$ км/ч^2.

Если его ускорение будет превосходить найденное, то, проехав один километр, гонщик наберёт большую скорость, поэтому наименьшее необходимое ускорение равно 5000 км/ч^2.

Ответ: 5000.

Практические рекомендации: задание B13

Задача на составление и решение системы уравнений. Почему текстовые задачи B13 относятся к простым?
Во-первых, все задачи B13 из банка заданий ФИПИ решаются по единому алгоритму, о котором будет сказано.. Во-вторых, все B13 однотипны — это задачи на движение или на работу. Главное — знать к ним подход. **Внимание! Чтобы научиться решать текстовые задачи, вам понадобится всего три-четыре часа самостоятельной работы, то есть два-три занятия.** Всё, что нужно, — это здравый смысл плюс умение решать квадратное уравнение.

Несмотря на то, что они как бы по идее должны быть самыми сложными в первой части экзамена, часто решаются в уме без всяких там уравнений.
Дело в том, что многие из задач **B13** — симметричные. Скажем, **вот эта**: дан путь, и известно, что один велосипедист ехал на 3 км/ч быстрее и приехал на 3 часа раньше. То есть, получается, что время первого настолько меньше времени второго, насколько скорость первого больше ско-

рости второго. Значит, время одного численно равно скорости второго и наоборот. Осталось только путь (154) разложить на два множителя так, чтобы эти множители различались на 3. Это 11 и 14. Осталось только не запутаться, о чем конкретно нас спрашивают, и выбрать из этих двух чисел нужное.
Точно также решаются задачи, где «**туда и обратно с остановкой**» **и** «**по течению и против течения**».

Алгоритм решения задачи

1.Внесем в таблицу известные величины (работу примем за единицу) .

2.Одну из неизвестных величин обозначим за X.

3.Остальные неизвестные величины выразим через X, используя условие задачи или формулы.

4.Составим уравнение.

5. Решим уравнение и ответим на главный вопрос задачи.

Расмотрим решение таких задач.

1.Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение.
Пусть vкм/ч — скорость первого автомобиля, тогда скорость второго автомобиля на второй половине пути равна $v+16$км/ч. Примем расстояние между пунктами за 1. Автомобили были в пути одно и то же время, отсюда имеем:

$$\frac{1}{v}=\frac{0,5}{24}+\frac{0,5}{v+16}\underset{v>0}{\Leftrightarrow}48(v+16)=v(v+16)+24v\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v^2-8v-768=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}v=32,\\ v=-24\end{array}\right.\underset{v>0}{\Leftrightarrow}v=32.$$

Таким образом, скорость первого автомобиля была равна 32 км/ч.

Ответ: 32.

Следующий тип задач — когда что-нибудь плавает по речке, в которой есть течение. Например, теплоход, катер или моторная лодка. Обычно в условии говорится о собственной скорости плавучей посудины и скорости течения. **Собственной скоростью называется скорость в неподвижной воде.**

При движении по течению эти скорости складываются. А если двигаться против течения?. Теперь скорость течения будет вычитаться из собственной скорости судна.

2.Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение

Пусть uкм/ч – скорость течения реки, тогда скорость лодки по течению равна $11+u$км/ч, а скорость лодки против течения равна $11-u$км/ч. На обратный путь лодка затратила на 6 часов меньше, отсюда имеем:

$$\frac{112}{11-u}-\frac{112}{11+u}=6\Leftrightarrow\frac{224u}{(11-u)(11+u)}=6\Leftrightarrow\frac{112u}{121-u^2}=3\underset{u>0}{\Leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow 112u=3(121-u^2)\Leftrightarrow 3u^2+112u-363=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} v=\dfrac{-56+\sqrt{56^2+3\cdot 363}}{3}; \\ v=\dfrac{-56-\sqrt{56^2+3\cdot 363}}{3} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} v=3; \\ v=-\dfrac{121}{3} \end{array}\right.\underset{v>0}{\Leftrightarrow} v=3.$$

Таким образом, скорость течения реки равна 3 км/ч.

Ответ: 3.

Вообще, практически все задачи В13 можно даже не решать, а просто угадать ответ. В этих задачах с теплоходом или двумя велосипедистами всегда

$V_1\times t_1 = V_2\times t_2$ =S, причем V_1 в км/ч равно t_2 в часах. А V_2 в км/ч равно t_1 в часах.

Так и с этим теплоходом - по течению он шел 21 час со скоростью 29 км/ч, а против течения - 29 часов со скоростью 21 км/ч. Что 21×29, что 29×21, получается 609. А заметив это уже нетрудно понять, что 29 =25+4, а 21= 25-4, то есть ответ равен 4.

То есть такие задачи можно "решать", просто раскладывая на множители значение пути и проверяя выполнение остальных условий - это достаточно быстро.

А если делать честно, то нужно решать систему из трех уравнений:
Нам известно, что путь туда равен пути обратно и равен 609 км, что скорость теплохода равна 25 км/ч, и что общее время в пути - 50 часов (58 минус время стоянки).
Итак, обозначим t_1 - время в пути по течению, t_2 - время против течения, v_p - скорость течения, которую надо найти. Получаем систему $(25+V_p))\times t_1=609$ (путь по течению), $(25-vp)\times t_2=609$ (путь против течения) , $t_1+t_2=50$ (общее время в пути).

Тут удобно выразить t_1 через t_2 в третьем уравнении и подставить в первое, а второе пока не трогать : $(25+vp)\times(50-t_2)=609$, $(25-vp)\times t_2=609$. Теперь вычтем из первого уравнения второе, аккуратно приведем подобные и получим $t_2=V_p+25$. Теперь подставим это во второе уравнение : $(25+vp)\times(25-vp)=609$. Обычное квадратное уравнение, корни которого: 4 и -4. Скорость течения отрицательной быть не может, так что наш ответ - 4 км/ч.

3. Оля и Аня занимаются оформлением документов за 504 минуты,Оля и Лена-за 420 минут,а Лена с Аней -за 840 мин.сколько девочкам понадобиться времени,если они втроем будут заниматься одним делом!

Тут мыслить удобно так. У каждой девочки есть своя скорость выполнения этой работы (величина, обратная времени, за которое она сделает работу в одиночестве, 1/t).
Обозначим эти скорости как v1, v2 и v3 (Оля, Аня, Лена соответственно).

Получим систему из трех уравнений:
$v_1+v_2 = 1/504$
$v_1+v_3 = 1/420$
$v_2+v_3 = 1/840$

В принципе, можно честно решить систему, найти скорость выполнения работы каждой девочки в отдельности, а потом вычислить искомое время, которое будет равно $1/(v_1+v_2+v_3)$.

Но проще - заметить, что если мы сложим все три уравнения, то получим
$2\times(v_1+v_2+v_3) = 1/504+1/420+1/840$
В левой части мы получили как раз удвоенную суммарную скорость всех троих - полшага до ответа:

$2/T = 1/504+1/420+1/840$

$T = 2/(1/504+1/420+1/840)$

Без калькулятора, конечно, это тяжко, но **в ответе должно получиться 360.**

Текстовые задачи хороши еще и тем, что ответ легко проверить с точки зрения здравого смысла. Ясно, что если вы получили скорость течения, равную 300 километров в час — задача решена неверно.

Еще один тип задач B13, встречающийся в вариантах ЕГЭ по математике — **это задачи на работу.**

Задачи на работу также решаются с помощью одной-единственной формулы: $A = p \cdot t$. Здесь A — работа, t — время, а величина p, которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, продавец в супермаркете надувает воздушные шарики. Количество шариков, которые он надует за час — это и есть его производительность.

Правила решения задач на работу очень просты.

$A = p \cdot t$, то есть работа = производительность · время. Из этой формулы легко найти t или p.

Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один). Написана книга (одна). А вот если речь идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.

Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются. Очень логичное правило.

В качестве переменной x удобно взять именно производительность

Особенности решения задач «на работу»

$A=P \times t$, где A – работа, P – производительность, t- время

P =A/t

t =A/ P

Если в условии не дана вся работа, то ее можно принять за1.

Общая производительность равна сумме производительностей.

Покажем, как все это применяется на практике.

3.Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Решение.

Обозначим n— число деталей, которые изготавливает за час второй рабочий. Тогда первый рабочий за час изготавливает $n+1$деталь. На изготовление 110 деталей первый рабочий тратит на 1 час меньше, чем второй рабочий, отсюда имеем:

$$\frac{110}{n+1}+1=\frac{110}{n}\Leftrightarrow\frac{110+n+1}{n+1}=\frac{110}{n}\underset{n>0}{\Leftrightarrow}110n+110=n^2+111n\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n^2+n-110=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=10;\\n=-11\end{array}\right.\underset{n>0}{\Leftrightarrow}n=10.$$

Ответ: 10

4.Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

Решение.

Обозначим x— количество литров воды, пропускаемой первой трубой в минуту, тогда втораятруба пропускает $x+1$литров воды в минуту. Резервуар объемом 110 литров первая труба заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба, отсюда имеем:

$$\frac{110}{x}-\frac{110}{x+1}=1\Leftrightarrow\frac{110}{x^2+x}=1\underset{x>0}{\Leftrightarrow}110=x^2+x\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2+x-110=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=10;\\x=-11\end{array}\right.\underset{x>0}{\Leftrightarrow}x=10.$$

Таким образом, первая труба пропускает 10 литров воды в минуту.

Ответ: 10.

Задачи по теме "Проценты".

1. Торговая база закупила у изготовителя партию альбомов и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 30% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на альбом на 20% выше оптовой. При распродаже в конце сезона магазин снизил розничную цену на альбом на 10%. На сколько рублей больше заплатил покупатель по сравнению с ценой изготовителя, если на распродаже он приобрел альбом за 70,2 рубля?

Решение.

Пусть **а** – цена изготовителя. Тогда оптовая цена 1 альбома **1,3а**, т.к. она больше цены изготовителя на 30%. Находим розничную цену альбома: она **на 20% выше оптовой**. Тогда в магазине 1 альбом стоит: 1,3а·1,2а = 1,56а руб. При распродаже цена снизилась на 10%. т.е. **на 0,156а** руб. Получаем цену альбома после снижения **1,404а** руб., **а это составляет 70,2** рубля.

Решая уравнение **1,404а = 70,2**, находим, что цена изготовителя **а** равна 50 руб. Покупатель заплатил **на 20,2 руб больше** по сравнению с ценой изготовителя.

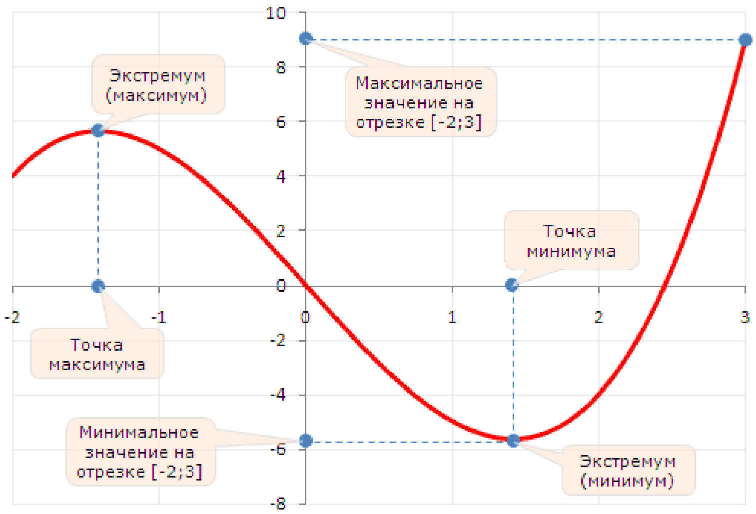
Ответ. На 20,2 рубля.

Практические рекомендации: задание B14

По смыслу похоже на **B8**, только исследовать функцию нужно не по графику, а по формуле, что чуть сложнее. Процедура стандартная — нужно взять производную, приравнять её к нулю и найти экстремумы. Если по условию дан отрезок, то тут же забыть про все точки экстремума, не попадающие в него.

• Если нужно определить **просто точку минимума/максимума**, то нам осталось только понять, какой из экстремумов (если их много) — минимум, а какой — максимум (просто проверяем, где производная больше нуля, а где меньше. Где она меняет знак с положительного на отрицательный, там максимум, и наоборот).

• Если же нужно найти **наибольшее/наименьшее значение**, то нужно найти значение функции в уже найденной точке (точках) экстремума и не забыть найти её значения на границах данного в условии отрезка. Из всего этого выбрать наибольшее/наименьшее.



1.Найдите наибольшее значение функции y=12x-2sinx+3 на отрезке [-π/2;0]
задание b11

Решение

Сначала нужно взять производную:

12-2cos(x) - она всегда больше нуля, а значит, функция y(x) - строго возрастающая. А это значит, что на отрезке [-π/2;0] она достигает максимального значения в правой границе этого отрезка, в точке 0.

$y(0) = 12\times 0-2\times \sin(0)+3 = 3$

А вот если оказывается, что производная имеет нули на заданном отрезке, то нужно вычислять значения функции на обоих границах отрезка и в точке (или точках) экстремума, а потом брать наибольшее из получившихся.

Ответ: 3

2.Найти наибольшее значение на отрезке $(5\pi/4;17\pi/12)$ функция $y=4\cos(x-\pi/12)$

Решение

Находим производную:

$y'(x) = -4\sin(x-\pi/12)$

$x-\pi/12$ лежит между $(14\pi/12$ и $16\pi/12)$, то есть $(7\pi/6$ и $4\pi/3)$. Это нижняя правая четверть единичной окружности, там везде синус отрицательный, а значит, наша производная строго положительна.
И исходная функция строго возрастает.
Вычисляешь ее значение в правой границе отрезка, получаешь ответ: $4\times\cos(4\pi/3) = 4\times(-1/2) = -2$.

Ответ: - 2

Задания для самостоятельной работы

Задание В1

№ 26641. В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 1–3 курсов, по 360 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?

№ 26617. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды? № 26622. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

№ 26622. В пачке 500 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1200 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

№ 26624. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

№ 26625. Для приготовления маринада для огурцов на 1 литр воды требуется 12 г лимонной кислоты. Лимонная кислота продается в пакетиках по 10 г. Какое наименьшее число пачек нужно купить хозяйке для приготовления 6 литров маринада?

№ 26635. В летнем лагере 218 детей и 26 воспитателей. В автобус помещается не более 45 пассажиров. Сколько автобусов требуется, чтобы перевезти всех из лагеря в город?

№ 26642. Для приготовления вишневого варенья на 1 кг вишни нужно 1,5 кг сахара. Сколько килограммовых упаковок сахара нужно купить, чтобы сварить варенье из 27 кг вишни?

№ 77337. В школе есть трехместные туристические палатки. Какое наименьшее число палаток нужно взять в поход, в котором участвует 20 человек?

№ 77338. В общежитии института в каждой комнате можно поселить четырех человек. Какое наименьшее количество комнат необходимо для поселения 83 иногородних студентов?

№ 77339. Каждый день во время конференции расходуется 70 пакетиков чая. Конференция длится 6 дней. Чай продается в пачках по 50 пакетиков. Сколько пачек нужно купить на все дни конференции?

№ 77350. В доме, в котором живет Петя, один подъезд. На каждом этаже находится по 6 квартир. Петя живет в квартире № 50. На каком этаже живет Петя?

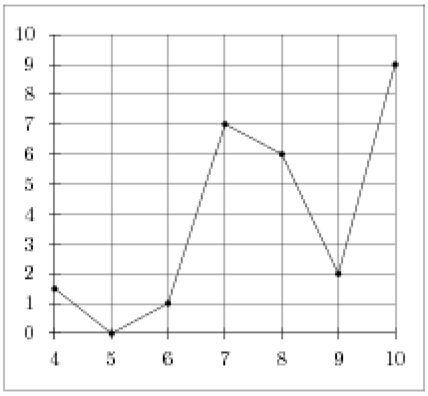
№ 77351. В доме, в котором живет Маша, 9 этажей и несколько подъездов. На каждом этаже находится по 4 квартиры. Маша живет в квартире № 130. В каком подъезде живет Маша?

№ 26618. Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25% ?

№ 26621.Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?

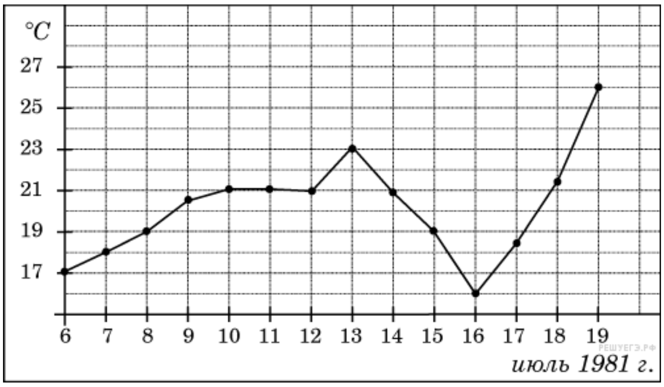
Задание В2

№ 5325. На рисунке изображен график осадков в Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм.

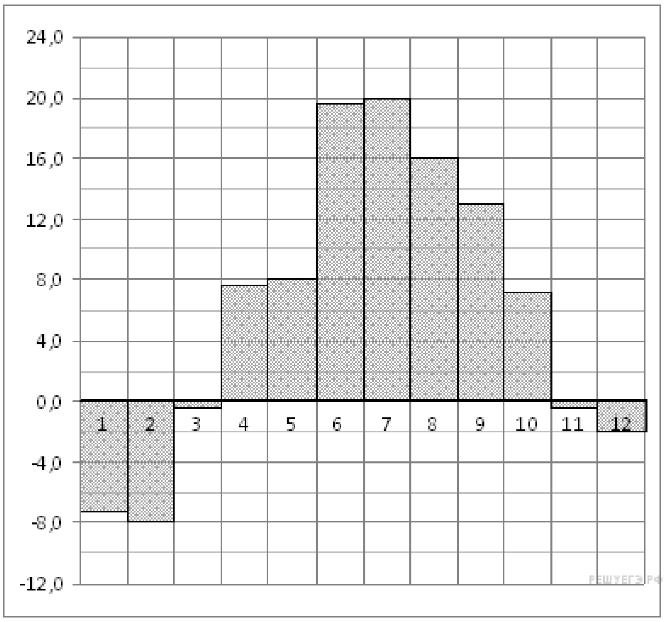


Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 2 до 8 мм осадков.

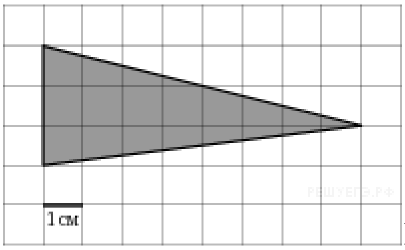
№ 263597. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какая была температура 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



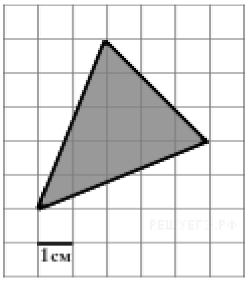
№ 27522. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 4 градусов Цельсия.



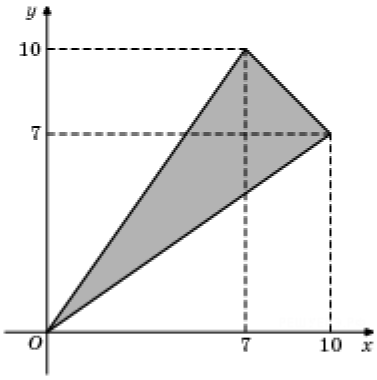
Задание B3



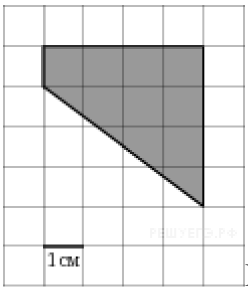
№ 27545. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см $\times$1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

№ 27548. 

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см $\times$1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

№ 27566. 

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (0;0), (10;7), (7;10).

№ 27560. 

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см $\times$1 см изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

Задание B4

№ 26678. Семья из трех человек едет из Санкт-Петербурга в Вологду. Можно ехать поездом, а можно — на своей машине. Билет на поезд на одного человека стоит 660 рублей. Автомобиль расходует 8 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 км, а цена бензина равна 19,5 рублей за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

№ 26689. При строительстве сельского дома можно использовать один из двух типов фундамента: каменный или бетонный. Для каменного фундамента необходимо 9 тонн природного камня и 9 мешков цемента. Для бетонного фундамента необходимо 7 тонн щебня и 50 мешков цемента. Тонна камня стоит 1 600 рублей, щебень стоит 780 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей будет стоить материал для фундамента, если выбрать наиболее дешевый вариант?

№ 26673. Интернет-провайдер (компания, оказывающая услуги по подключению к сети Интернет) предлагает три тарифных плана.

Тарифный план	**Абонентская плата**	**Плата за трафик**
План «0»	Нет	2,5 руб. за 1 Мб
План «500»	550 руб. за 500 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 500 Мб
План «800»	700 руб. за 800 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 800 Мб

Пользователь предполагает, что его трафик составит 600 Мб в месяц и, исходя из этого, выбирает наиболее дешевый тарифный план. Сколько рублей заплатит пользователь за месяц, если его трафик действительно будет равен 600 Мб?

№ 77357. Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона.

Фирма-производитель	**Процент от выручки, поступающий в доход салона**	**Примечания**
«Альфа»	5%	Изделия ценой до 20 000 руб.
«Альфа»	3%	Изделия ценой свыше 20 000 руб.
«Бета»	6%	Все изделия
«Омикрон»	4%	Все изделия

В прейскуранте приведены цены на четыре дивана. Определите, продажа какого дивана наиболее выгодна для салона. В ответ запишите, сколько рублей поступит в доход салона от продажи этого дивана.

Фирма-производитель	**Изделие**	**Цена**
«Альфа»	Диван «Коала»	15 000 руб.
«Альфа»	Диван «Неваляшка»	28 000 руб.
«Бета»	Диван «Винни-Пух»	17 000 руб.
«Омикрон»	Диван «Обломов»	23 000 руб.

Задание В5

№ 26664. Найдите корень уравнения: $\frac{x-119}{x+7}=-5$

№ 77372. Решите уравнение $\frac{x+8}{5x+7}=\frac{x+8}{7x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

№ 77372. Решите уравнение $\frac{x+8}{5x+7}=\frac{x+8}{7x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

№ 26660. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$

№ 27466. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-4} = 3$.

№ 26650. Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$.

№ 26651. Найдите корень уравнения $5^{x-7} = \frac{1}{125}$

№ 26646. Найдите корень уравнения $\log_2(4-x) = 7$

26647. Найдите корень уравнения $\log_5(4+x) = 2$

№ 26648. Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = \log_5 3$.

№ 26657. Найдите корень уравнения $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$

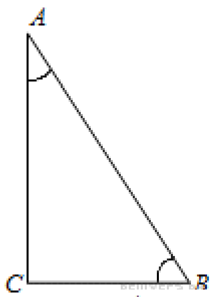
26658. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2$

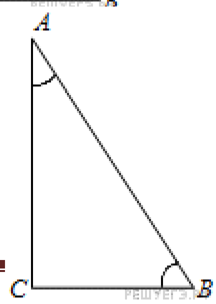
№ 77380. Решите уравнение $\log_5(x^2+2x) = \log_5(x^2+10)$.

№ 77382. Решите уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

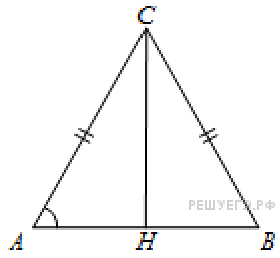
Задание B6

№ 27217. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите $\cos A$.



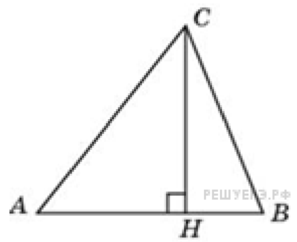


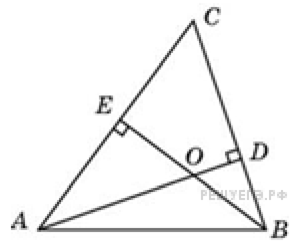
№ 27226. В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos A = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите $\operatorname{tg} B$.



№ 27305. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 7, $AB = 48$. Найдите $\sin A$.

№ 27756. В треугольнике ABC угол A равен $60°$, угол B равен $70°$, CH – высота. Найдите разность углов ACH и BCH. Ответ дайте в градусах.





№ 27763. Два угла треугольника равны $58°$ и $72°$. Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.

Задание B7

№ 26735. Найдите значение выражения $\sqrt{65^2 - 56^2}$.

№ 26735. Найдите значение выражения $\sqrt{65^2 - 56^2}$.

№ 26737. Найдите значение выражения $(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7})$

№ 26745. Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[18]{7}}{\sqrt[6]{7}}$

№ 26738. Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$

№ 26739. Найдите значение выражения $\dfrac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$.

№ 26747. Найдите значение выражения $\left(\frac{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{2}}\right)^2$.

№ 26754. Найдите значение выражения $\frac{49^{5,2}}{7^{8,4}}$

№ 26882. Найдите значение выражения $5^{3+\log_5 2}$.

№ 26899. Найдите значение выражения $3^{\sqrt{5}+10} \cdot 3^{-5-\sqrt{5}}$

№ 26843. Найдите значение выражения $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$

№ 26844. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$

№ 26844. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 4}$

№ 26848. Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$

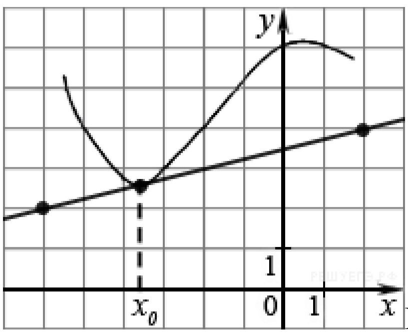
№ 26851. Найдите значение выражения $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$

№ 26853. Найдите значение выражения $\log_5 9 \cdot \log_3 25$.

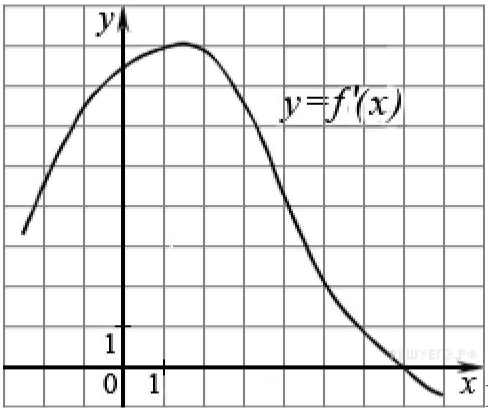
№ 26854. Найдите значение выражения $\frac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$

Задание B8

№ 27485. Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

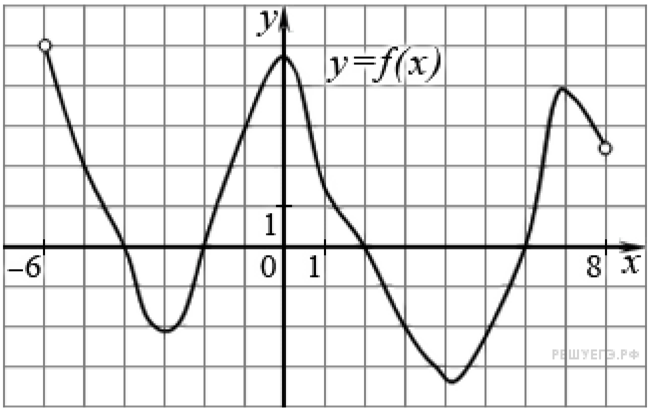


№ 27504. На рисунке изображён график функции *y=f(x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке x_0.

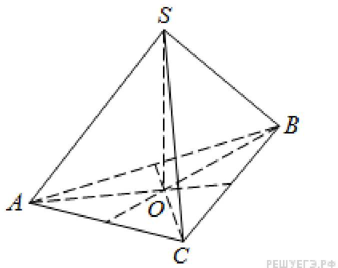


№ 40130. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.

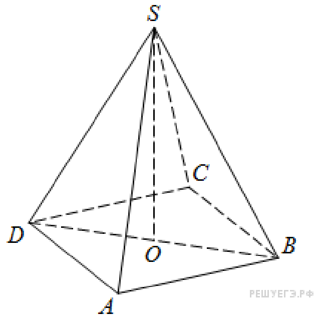
№ 27487. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (−6; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



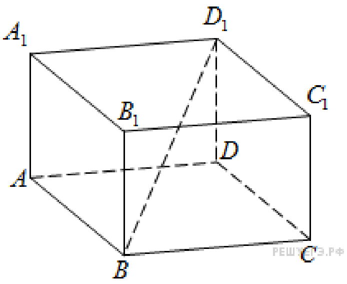
Задание B9



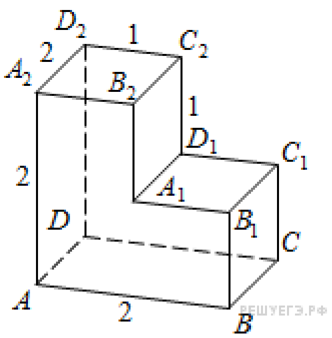
№ 901. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O. Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS.



№ 912. В правильный четырехугольной пирамиде $SABCD$точка O– центр основания, S– вершина, SB=13, AC=24. Найдите найдите длину отрезка SO.



№ 916. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$известно, что $BD_1 = 5; CC_1 = 3; B_1C_1 = \sqrt{7}.$



№ 245370. Найдите расстояние между вершинами Aи C_2многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.

Задание В10

№ 1001. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет

№ 1011. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси.

№ 1016. Максим с папой решил покататься на колесе обозрения. Всего на колесе 30 кабинок, из них 11 – синие, 7 – зеленые, остальные – оранжевые. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Максим прокатится в оранжевой кабинке

№ 1024. На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.

№ 282853. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

№ 282855. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

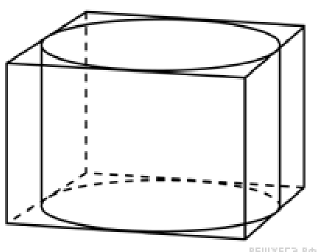
№ 282856. В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

№ 282858. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

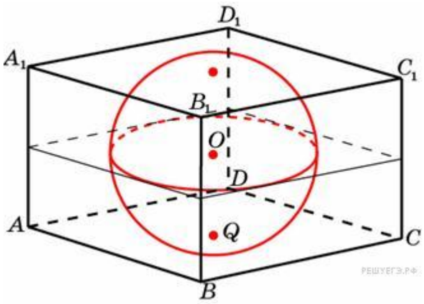
№ 285924. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

№ 285924. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

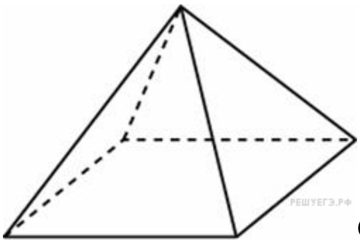
Задание B11



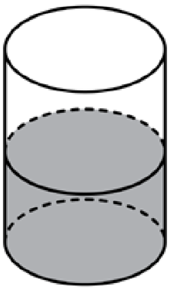
27041. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



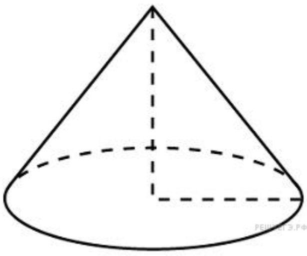
№ 27067. Прямоугольный параллелепипед описан около единичной сферы. Найдите его площадь поверхности.



№ 27069. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



№ 27045. В цилиндрический сосуд налили 2000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3.



№ 27136. Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 3 раза?

Задание B12

№ 27956. Зависимость объема спроса q(единиц в месяц) на продукцию предприятия – монополиста от цены p(тыс. руб.) задается формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r(в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

№ 27957. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$, где h– высота в метрах, t– время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

№ 27962. Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально и на исследуемом интервале температур определяется выражением $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t– время в минутах, $T_0 = 1400$К, $a = -10$К/мин ^{2}, $b = 200$К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключать. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключать прибор. Ответ выразите в минутах.

№ 27991. В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-t/T}$, где m_0– начальная масса изотопа, t(мин) – прошедшее от начального момента время, T– период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$мг изотопа Z, период полураспада которого $T = 10$мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

№ 27992. Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = const$, где p(Па) – давление в газе, V– объем газа в кубических метрах, a– положительная константа. При каком наименьшем значении константы aуменьшение вдвое раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?

№ 27997. Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\upsilon = 2$моля воздуха при давлении $p_1 = 1,5$атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \upsilon T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$(Дж), где $\alpha = 5,75$– постоянная, $T = 300$– температура воздуха, p_1 (атм) – начальное давление, а p_2(атм) – конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

№ 27953. При температуре $0\ ^\circ\mathrm{C}$рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^\circ\mathrm{C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t°— температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Задание В13

№ 26578. Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт B одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

№ 26580. Из пункта *A* в пункт *B*, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт *B* на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

№ 26585. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

№ 26587. Моторная лодка в 10:00 вышла из пункта Aв пункт B, расположенный в 30 км от A. Пробыв в пункте B 2часа 30 минут, лодка отправилась назад и вернулась в пункт Aв 18:00. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

№ 26594. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

№ 26597. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

№ 99613. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

№ 99616. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь – за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Задание В14

№ 77419. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x + 17$

№ 77421. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 27x$на отрезке $[0;4]$.

№ 77425. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$на отрезке $[1;4]$.

№ 77467. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 289}{x}$

№ 77500. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 289}$.

№ 26714. Найдите наименьшее значение функции $y = 3x - \ln(x+3)^3$ на отрезке $[-2,5;0]$.

№ 26715. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4,5;0]$.

№ 26692. Найдите наибольшее значение функции $y = 12\cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

26694. Найдите наименьшее значение функции $y = 5\cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$

№ 26700. Найдите наибольшее значение функции $y = 2\cos x - \frac{18}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3};0\right]$

№ 26702. Найдите наибольшее значение функции $y = 3\mathrm{tg}x - 3x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\ 0\right]$

№ 26691. Найдите наименьшее значение функции $y = (x-8)e^{x-7}$ на отрезке $[6;8]$.

№ 77475. Найдите наименьшее значение функции $y = (8-x)e^{9-x}$ на отрезке $[3;10]$.

№ 77478. Найдите наименьшее значение функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-10}$ на отрезке $[8;11]$.

№ 77482. Найдите наименьшее значение функции $y = (x-2)^2e^{x-2}$ на отрезке $[1;4]$.